

Huzsvai László

# VARIANCIA-ANALÍZISEK AZ R-BEN



Seneca Books  
DEBRECEN  
2013

Minden jog fenntartva. Jelen könyvet vagy annak részleteit a Kiadó engedélye nélkül bármilyen formában vagy eszközzel reprodukálni és közölni tilos.

© Dr. Huzsvai László

**ISBN 978-963-08-5754-3**



**Seneca Books**

# TARTALOMJEGYZÉK

<u>Elméleti áttekintés.....</u>	<u>1</u>
---------------------------------	----------

<u>A variancia-analízis alkalmazásának lépései.....</u>	<u>5</u>
---	----------

<u>1. A variancia-analízis modell felállítása.....</u>	<u>7</u>
<u>2. Szignifikancia-szint megválasztása.....</u>	<u>8</u>
<u>3. A variancia-analízis kiszámítása, az F-próba.....</u>	<u>14</u>
<u>4. A modell érvényességének ellenőrzése.....</u>	<u>17</u>
<u>Függetlenség vizsgálat.....</u>	<u>17</u>
<u>Normális-eloszlás tesztelése.....</u>	<u>18</u>
<u>Homoszkedasztikuság vizsgálata.....</u>	<u>20</u>
<u>Kiugró értékek vizsgálata.....</u>	<u>22</u>
<u>5. Amennyiben az F-próba szignifikáns, középértékek többszörös összehasonlítása.....</u>	<u>24</u>
<u>Kontrasztok.....</u>	<u>24</u>
<u>Többszörös összehasonlító tesztek.....</u>	<u>27</u>
<u>LSD.....</u>	<u>29</u>
<u>Student-Newman-Keuls próba, SNK.....</u>	<u>35</u>
<u>Tukey-teszt.....</u>	<u>38</u>
<u>Duncan többszörös rang teszt.....</u>	<u>41</u>
<u>Scheffé-teszt.....</u>	<u>44</u>
<u>Összefoglalás.....</u>	<u>46</u>
<u>6. A modell jósága.....</u>	<u>49</u>

<u>Kísérletek kiértékelése.....</u>	<u>53</u>
-------------------------------------	-----------

<u>Egy-tényezős kísérletek.....</u>	<u>62</u>
<u>Teljesen véletlen elrendezés (CRD).....</u>	<u>62</u>
<u>Véletlen blokk-elrendezés (RCBD).....</u>	<u>63</u>
<u>Latin négyzet elrendezés.....</u>	<u>65</u>
<u>Latin téglalap elrendezés.....</u>	<u>67</u>
<u>Csoportosított elrendezés.....</u>	<u>68</u>
<u>Két-tényezős kísérletek.....</u>	<u>72</u>
<u>Véletlen blokk-elrendezés.....</u>	<u>72</u>
<u>Osztott parcellás (split-plot) elrendezés.....</u>	<u>74</u>
<u>Sávos elrendezés (strip-plot).....</u>	<u>76</u>
<u>Három- és több-tényezős kísérletek.....</u>	<u>79</u>
<u>Véletlen blokk-elrendezés.....</u>	<u>79</u>
<u>Kétszeresen osztott parcellás (split-split-plot) elrendezés.....</u>	<u>81</u>
<u>Osztott sávos elrendezés (split-strip plot).....</u>	<u>83</u>
<u>Latin négyzet elrendezés.....</u>	<u>86</u>
<u>Kovariánsok alkalmazása a lineáris modellben.....</u>	<u>87</u>

<u>A variancia-analízis ereje.....</u>	<u>92</u>
--	-----------

<u>Ajánlott irodalom.....</u>	<u>97</u>
-------------------------------	-----------

## ELMÉLETI ÁTTEKINTÉS

A variancia-analízis modellben a függő változókat magyarázzuk független változó(k) segítségével. A magyarázat a függő változó teljes heterogenitásának<sup>1</sup> két részre bontását jelenti. A teljes heterogenitás egyik része az, amelynek „okai” a független változók, a másik heterogenitás-rész pedig az, amelynek „okait” az egyéb, általunk nem vizsgált tényezők tartalmazzák. Ez utóbbit sokszor a véletlen hatásaként is emlegetik. A heterogenitás mérésére többféle mérőszám szolgál:

1. terjedelem (range); a legnagyobb és legkisebb érték közötti távolság
2. átlagos abszolút eltérés:  $\left( \delta = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N |x_i - \bar{x}| \right)$
3. szórás:  $\left( \sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \right)$
4. variancia- vagy szórásnégyzet:  $\left( \sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \right)$

Ebből látszik, hogy a függő változónak magas (intervallum- vagy arányskála) mérési szintűnek kell lenni. Attól függően, hogy a független változók alacsony vagy magas mérési szintűek, eltérő magyarázó modelleket kell felépíteni. Ha ugyanis a független változóink nominális vagy ordinális mérési szintűek, akkor **variancia-analízissel** kereshetjük a magyarázatot a függő változó „viselkedésére”. Ha a független változók is magas mérési szintűek, akkor **regresszió-analízist** alkalmazhatunk. (Amennyiben a függő változó alacsony mérési szintű, a magyarázatra szolgáló változók pedig magas mérési szintűek, akkor **diszkriminancia-analízist** használhatunk.)

A variancia-analízis során kettőnél több sokaság középértékeinek minta alapján történő összehasonlítása történik. Ezért nevezik a kétmintás t-próba általánosításának.

A variancia-analízis modellek olyan rugalmas statisztikai eszközök, amelyek alkalmasak valamely kvantitatív (numerikus vagy intervallum skálájú) változónak (függő változónak) egy vagy több nem feltétlenül kvantitatív változóval (független változók) való kapcsolata elemzésére. Arra vagyunk kíváncsiak, hogy van-e hatása a független változóknak a függő változóra, és a hatás különbözik-e vagy egyforma? A hatás, kapcsolat függvényyszerű leírása azonban nem célunk, még akkor sem, ha a független változók kvantitatívek. A regresszió-analízistől két szempont különbözteti meg a variancia-analízist:

<sup>1</sup> A változó heterogenitása azt jelenti, hogy az adott változó nem konstans.

- A vizsgált független változók kvalitatívek is lehetnek (pl. a vizsgált személy neme, lakhelye stb.). Ebben az esetben ugyanis regresszió-analízis nem alkalmazhatunk.
- Még ha a függő változók kvantitatívek is, nem cél a független változóval való kapcsolat természetének feltárása. A szórásanalízist tekinthetjük a regresszió-analízis vizsgálat megelőző vizsgálatának, ha ugyanis pozitív összefüggést kapunk a függő és független változó kapcsolatára, akkor van értelme vizsgálni az összefüggés jellegét.

### Alapfogalmak

Nézzük át azokat az alapfogalmakat, amelyeket a variancia-analízis során használunk.

- a) *Faktor*: Faktornak nevezzük a vizsgálatba bevont független változót, pl. különböző kezeléseket, tényezőket.
- b) *Faktor szint*: A faktor értékészletének az eleme, amely beállítása mellett vizsgálhatjuk meg a függő változónkat. A kezelése szintjei, pl. műtrágyaadagok.
- c) *Kvalitatív és kvantitatív faktorok*: Ha a faktorszintek nem numerikusak vagy intervallum skálájúak, akkor kvalitatív, ellenkező esetben kvantitatív faktorokról beszélünk.
- d) *Kezelések (cellák)*: Egy-faktoros esetekben a kezelések megfelelnek a faktorok szintjeinek, több-faktoros esetben a figyelembe vett faktorok szintjeiből előálló kombinációk a kezelések. Pl. amikor a 2 faktor műtrágyaadagok és öntözési módok, akkor a kezelések a (műtrágyaadagok, öntözési módok) összes lehetséges kombinációjából áll.
- e) *Interakció*: Két változó kapcsolatában akkor áll fenn interakció (kölcsonhatás), ha **A** változó hatása függ **B** az változó szintjétől és fordítva.
- f) *Egy-szemponos variancia-analízis*: Variancia-analízis, ahol csak egy faktor van.
- g) *Több-szemponos variancia-analízis*: Variancia-analízis, ahol kettő vagy több faktor van.
- h) *Egy-változós variancia-analízis*: ANOVA technika, amely egy függő változót használ.
- i) *Több-változós variancia-analízis*: ANOVA technika, amely kettő vagy több függő változót használ.

A variancia-analízis adatait a szokásos jelölésekkel 1. táblázat tartalmazza.

1. táblázat. A variancia-analízis adatai

S o r- s z á m	Populáció		Minta			
	várható- érték	varian- cia	elem- szám	mintaelemek	<u>középérté- kek</u>	variancia
1	$\mu_1$	$\sigma_1^2$	$r_1$	$X_{11} X_{12} \dots X_{1r_1}$	$\bar{X}_1$	$s_1^2$
2	$\mu_2$	$\sigma_2^2$	$r_2$	$X_{21} X_{22} \dots X_{2r_2}$	$\bar{X}_2$	$s_2^2$
·	·	·	·	·	·	·
n	$\mu_n$	$\sigma_n^2$	$r_n$	$X_{n1} X_{n2} \dots X_{nr_n}$	$\bar{X}_n$	$s_n^2$

**Példa:** Egy-szemponos variancia-analízis. Egy termesztő  $k$  kukorica-hibrid termesztése között választhat. Jelöljük a hibrideket A, B, C, D-vel. Döntsük el, hogy a 4 hibrid termesztése esetén azonos terméseredményre számíthatunk-e.

2. táblázat. Kukoricatermés (t/ha)

Fajta	Termés (t/ha)		
A	9,3	7,2	8,2
B	5,4	7,1	5,9
C	4,5	2,9	5,0
D	3,5	0,9	2,5

A  $\mu_i$  értékek a négy populáció ismeretlen középértékeit jelentik, amiket az  $\bar{X}_i$ -vel tudjuk becsülni.

3. táblázat. Az alapadatok munkatáblázata

Fajta $n_i$	Termés (t/ha) $X_{ij}$			$\sum_{i=1}^n X_i$	$\bar{X}_i$
A	9,3	7,2	8,2	24,7	8,23
B	5,4	7,1	5,9	18,4	6,13
C	4,5	2,9	5,0	12,4	4,13
D	3,5	0,9	2,5	6,9	2,30
Összesen:				62,4	5,20

A közös  $\bar{\mu}$  becslésére a kísérlet főátlaga szolgál, mely a példában 5,2 t/ha. A hibridek terméseredményét ehhez viszonyítjuk. Lesznek amelyek kevesebbet, és lesznek amelyek többet teremnek, mint a kísérlet főátlaga. A hatások összege, mint már korábban említettük, nulla lesz.

## A VARIANCIA-ANALÍZIS ALKALMAZÁSÁNAK LÉPÉSEI

1. A variancia-analízis modell felállítása
2. Szignifikancia-szint megválasztása
3. A variancia-analízis kiszámítása, az F-próba
4. A modell érvényességének ellenőrzése
5. Amennyiben az F-próba szignifikáns, középértékek többszörös összehasonlítása

A középértékre vonatkozó hipotézisek a következők:

$H_0$ : azoknak a populációknak a középértékei, amelyekből a minták származnak azonosak:

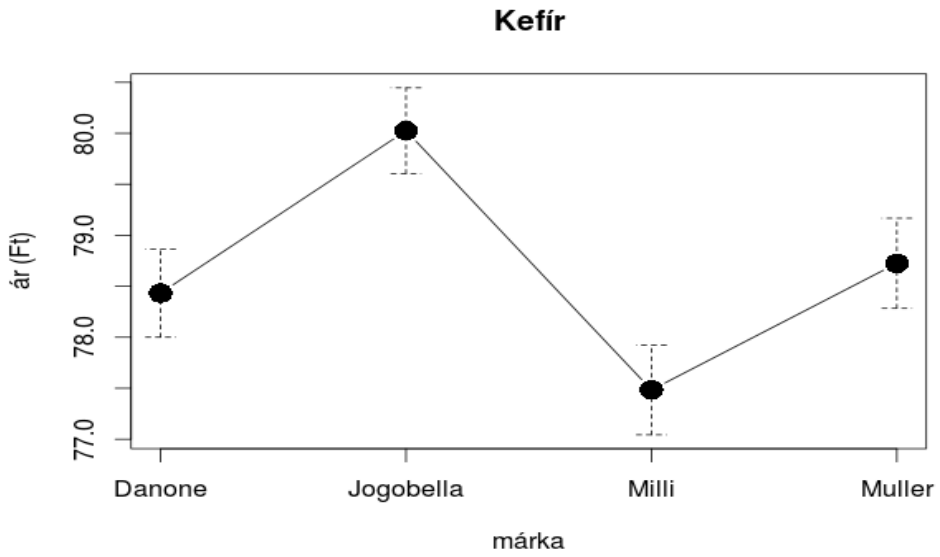
$$\bar{\mu}_1 = \bar{\mu}_2 = \dots = \bar{\mu}_k$$

$H_a$ : létezik legalább egy olyan középérték pár, ahol a középértékek nem tekinthetők azonosnak, legalább egyszer:

$$\bar{\mu}_i \neq \bar{\mu}_j$$

Az analízis megkezdése előtt ábrázolni kell az alapadatokat. Olyan ábrát érdemes készíteni, amelyben a várhatóérték mellett a középérték hibáját (standard error) is ábrázoljuk (**1. ábra**). Erre azért van szükség, mert ha csak az átlagokat tüntetjük fel az y-tengely léptékétől függően nagyon kicsi különbségeket is fel lehet nagyítani, és a jelentős különbségeket is el lehet tüntetni. A standardizált hatások, amit az angol szakirodalomban „standard effect” néven emlegetnek, nem más mint a kezeléshatás osztva a szórással, ingadozással. Ez azt mutatja, hogy a kezeléshatás, hogyan aránylik a szóráshoz, azaz a véletlen ingadozáshoz.





**1. ábra: Kezelésátlagok és hibáik**

## 1. A VARIANCIA-ANALÍZIS MODELL FELÁLLÍTÁSA

A módszer alapgondolata szerint a modellben a mérési, megfigyelési értékeket összegként képzeljük el. Az  $n$  megfigyelés mindegyikére a korábban ismertetett modellegyenlet írható fel, amelynek alapján a mintaelemeken mért, ill. megfigyelt  $y_{ij}$  értékek felbonthatók a modell által meghatározott részekre és a maradékra. A modell által meghatározott rész a szisztematikus hatásokat tartalmazza, a maradék pedig a véletlen hatást jelenti.

A variancia-analízis legegyszerűbb modelljében a vizsgálatban szereplő  $k$  számú populációból egyszerűen  $r$  elemű véletlen mintákat veszünk, majd a mintánkénti középértékeket hasonlítjuk össze, ezt nevezzük *egy-szemponos variancia-analízisnek* (kísérlet esetén teljesen véletlen elrendezésnek). Az elrendezés modellegyenlete:

$$y_{ij} = \bar{\mu} + A_i + e_{ij}$$

ahol  $X_{ij}$  az  $i$ -edik minta  $j$ -edik eleme ( $i = 1, \dots, n$   $j = 1, \dots, r_i$ );  $\bar{\mu}$  a kísérlet vagy minta főátlaga;  $A_i$  az  $i$ -edik mintához tartozó populáció hatása (növelheti vagy csökkentheti a főátlagot);  $e_{ij}$  véletlen hatás. Ebben a modellben a modell által meghatározott rész, csak az  $i$ -edik mintához tartozó populáció várható értékét tartalmazza, tehát szisztematikus különbséget csak a populációk várható értékei között tételezhetünk fel. A véletlen okozta hatásokat a hibakomponens tartalmazza. Amennyiben teljesülnek a variancia-analízis alkalmazásának feltételei, akkor  $A_i$  összege nulla, és  $e_{ij}$  normális eloszlású nulla várhatóértékű sokaság, és független a blokk és kezeléshatástól, valamint a modell homoszkedasztikus. A homoszkedasztikusság azt jelenti, hogy a kezelés-kombinációkon belül a függőváltozó varianciája azonos, nincs közöttük szignifikáns különbség.

Az alkalmazhatósági feltételek részletes vizsgálatát a későbbiekben ismertetjük.

## 2. SZIGNIFIKANCIA-SZINT MEGVÁLASZTÁSA

A szignifikancia-szint nagyságát leggyakrabban 5%-nak választják. Ez az érték szerepel legtöbb statisztikai programban is kezdeti értéként. Amennyiben túl szigorúnak ítéljük ezt, választhatunk 10%-os szintet is. Ebben az esetben a kezelés okozta valódi hatások kimutatásának nagyobb a valószínűsége. Természetesen az elsőfajú hiba elkövetésének valószínűsége ilyenkor 5-ről 10%-ra nő.

Mi az elsőfajú hiba? Amikor egy igaz nullhipotézist tévesen visszautasítunk. Mi ennek a valószínűsége? Ez megegyezik a szignifikancia-szinttel, amit  $\alpha$ -val jelölünk.

Elsőfajú hiba elkövetésének valószínűsége:

$\alpha = P(\text{igaz } H_0 \text{ esetén a statisztikai teszt alapján } H_0\text{-t tévesen visszautasítjuk.})$

A szignifikancia-szintet választhatjuk 1 vagy 0,1%-nak is. Ezek már nagyon szigorú feltételek, alig követünk el elsőfajú hibát, de annál nagyobb a valószínűsége a másodfajú hibának. Elméletileg bármilyen szignifikancia-szintet választhatunk, ha szakmailag meg tudjuk indokolni.

Mi a másodfajú hiba? Akkor követjük el, ha a nullhipotézis hamis, nem igaz. A minta alapján azonban tévesen elfogadjuk a nullhipotézist, és a létező különbséget nem mutatjuk ki. A másodfajú hiba valószínűségének jelölése:  $\beta$ . Ennek a nagyságát nem tudjuk megválasztani a teszt elvégzése előtt, ezt mindig csak utólag tudjuk meghatározni. A másodfajú hiba elkövetésének valószínűsége függ a valódi különbség mértékétől. Minél nagyobb a valódi különbség, annál kisebb a másodfajú hiba. A másodfajú hiba valószínűsége az elsőfajú hiba valószínűségétől is függ, mégpedig fordított összefüggés van közöttük, ezért mondtuk, hogy az elsőfajú hiba valószínűségét nem lehet nagyon kicsire választani. Minél kisebb az elsőfajú hiba elkövetésének a valószínűsége, annál nagyobb a másodfajúé, és fordítva. A másodfajú hiba valószínűségének előre megválasztása a kísérlet vagy vizsgálat tervezése során történhet, amikor a minta minimális elemszámát határozzuk meg. Ekkor megadhatjuk a másodfajú hiba nagyságát is.

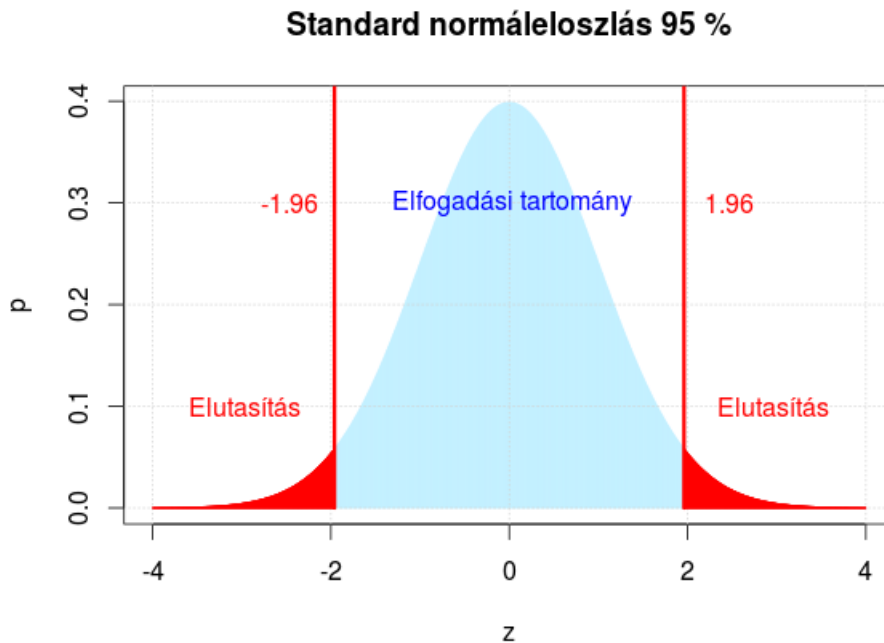
Az másodfajú hibát az angol szakirodalomban „Type II. error”-nak nevezik.

Másodfajú hiba valószínűsége:

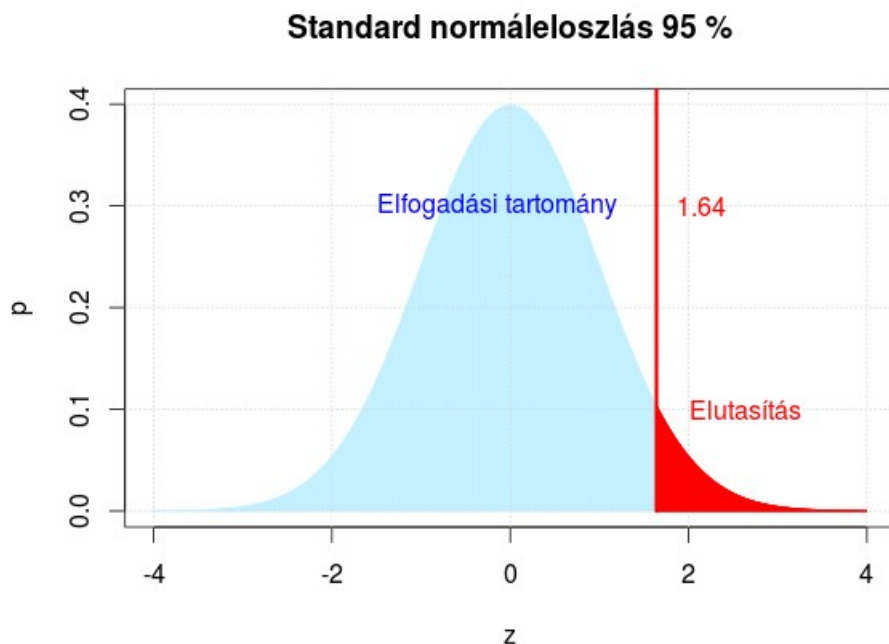
$\beta = P(\text{hamis } H_0 \text{ esetén a statisztikai teszt alapján } H_0\text{-t tévesen elfogadjuk.})$

Térjünk vissza az elsőfajú hibára. Ez a hiba megadható kétoldali szimmetrikus, és egyoldali aszimmetrikus feltételként is. Kétoldali szimmetrikus feltételnél a kritikus érték az eloszlást három részre osztja fel. Egy baloldali elutasítási, egy középső elfogadási, és egy jobboldali szintén elutasítási tartományra. Egyoldali aszimmetrikus feltételnél a kritikus érték két részre osztja az eloszlást, egy elfogadási és elutasítási tartományra.

Egyoldali vagy kétoldali próbát válasszunk? Előzetes információk hiányában mindig kétoldalit használjunk, ez a gyakoribb. Amennyiben logikailag tudjuk igazolni, hogy csak egyenlő vagy nagyobb, illetve egyenlő vagy kisebb lehet a különbség, akkor egyoldali próbát válasszunk. Van különbség a két próba között? Igen. Az egyoldali próbának nagyobb az ereje.



2. ábra. Kétoldali szimmetrikus 5%-os elsőfajú hiba



**3. ábra. Egyoldali aszimmetrikus 5%-os elsőfajú hiba**

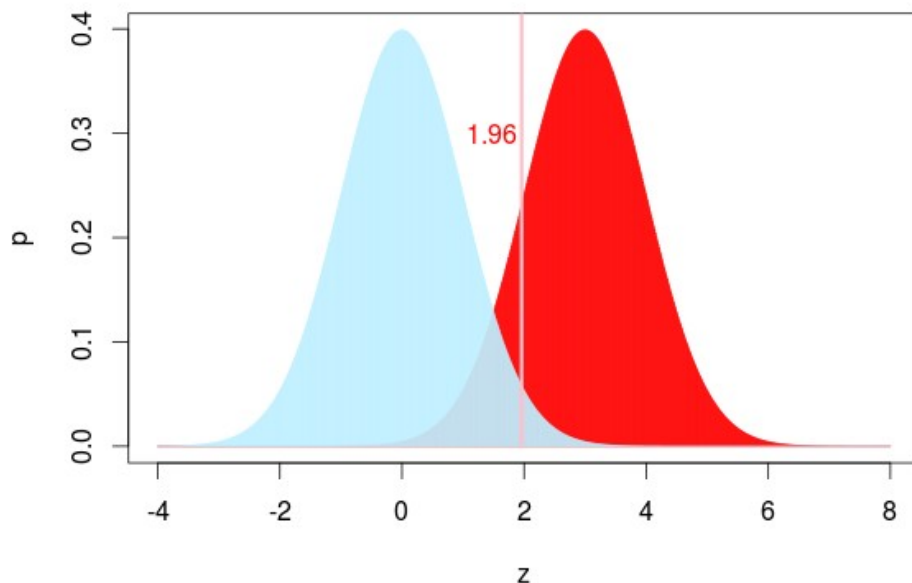
Amennyiben eldöntöttük az elsőfajú hiba nagyságát, meg tudjuk határozni a kritikus F-értéket. A kritikus F-érték az a legnagyobb érték, amelyet a véletlen ingadozás mellett kaphatunk. Ennél kisebb érték esetén a  $H_0$ -t kell elfogadni. Tehát, ha a kritikus F-értékkel megegyező számított értéket kapunk, az még a nullhipotézist erősíti meg.

#### **A statisztikai próba ereje:**

A valódi különbség kimutatásának valószínűsége. Meghatározása:  $1-\beta$ . Gyakorlatilag egy igaz munkahipotézis elfogadásának valószínűsége.

Az elsőfajú és másodfajú hiba elkövetésének valószínűsége összefügg, mégpedig fordítottan, ha az egyik nő, a másik csökken. Azonban az összefüggés nem lineáris, azaz, ha az egyik egy százalékkal csökken, a másik nem egy százalékkal nő. Az összefüggést a **4. ábra** mutatja. Tételizzük fel, hogy két sokaság várható értéke között 3 valódi különbség van. Ez bármilyen mértékegységgel rendelkezhet, ez most nem fontos. Válasszunk egy kétoldali szimmetrikus tesztet 5%-s elsőfajú hibával. Ábrázoljuk a nullhipotézist. Ezt a baloldali világos kék eloszlás mutatja. A jobboldali piros rész a 3 várhatóértékű eloszlást ábrázolja. Jól látszik, hogy a két eloszlás egymásba lóg. A kritikus érték 1,96. Ez választja szét az elfogadási és elutasítási tartományt. Amennyiben 1,96-nál kisebb lesz a számított próbastatisztika értéke, a nullhipoté-

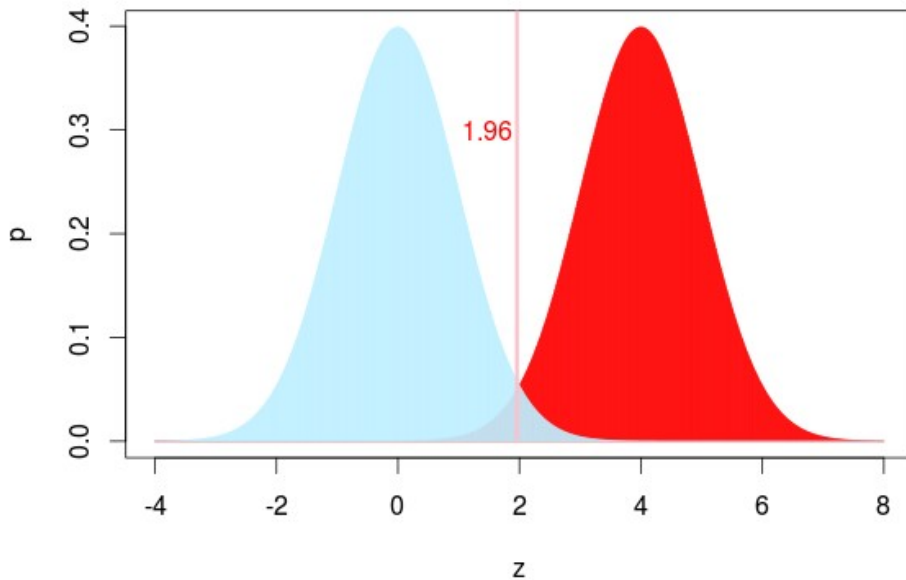
zist megtartjuk, ha nagyobb, akkor elvetjük, és ki tudjuk mutatni a meglévő 3 különbséget.



**4. ábra. Alfa kétoldali szimmetrikus 5%., valódi különbség 3**

Hiába létezik a 3 valódi különbség, ha a minták alapján 1,96-nál kisebb próbastatisztika értéket határozzunk meg, akkor a nullhipotézist kell elfogadni. Ekkor követjük el a másodfajú hibát ( $\beta$ ). Milyen nagy ennek a valószínűsége? Ki kell számítani, hogy mi annak a valószínűsége, hogy egy 3 várhatóértékű normális eloszlás esetén 1,96-nál kisebb értéket kapunk. Ez közel 15%. A másodfajú hiba ezek szerint háromszor akkora, mint az elsőfajú. A statisztikai próba ereje  $100\% - 15\% = 85\%$ . 85%-s valószínűséggel tudjuk kimutatni a 3 valódi különbséget egy 5%-s kétoldali szimmetrikus teszttel.

Korábban azt állítottuk, hogy a másodfajú hiba nemcsak az elsőfajútól, hanem a valódi különbség nagyságától is függ. Minél nagyobb a valódi különbség, annál kisebb a másodfajú hiba elkövetésének valószínűsége. Az előbbi példában legyen a valódi különbség 4, ezt mutatja a **5. ábra**.



5. ábra. Alfa kétoldali szimmetrikus 5%, valódi különbség 4

Milyen nagy a másodfajú hiba elkövetésének valószínűsége ebben az esetben? Határozzuk meg a 4 várhatóértékű normális eloszlású változó 1,96-nál kisebb értékéhez tartozó valószínűséget. Ez csak 2%. A statisztikai próba ereje 98%. Száz próbálkozásból várhatóan kilencvennyolcszor ki tudjuk mutatni a 4 valódi különbséget. Az ábrán jól látható, hogy az elsőfajú hiba kétoldali szimmetrikus, a másodfajú hiba viszont egyoldali aszimmetrikus. Ezt mindig figyelembe kell venni a kritikus értékek meghatározásakor, illetve a valószínűségek megállapításánál.

Hogyan lehet csökkenteni az első és másodfajú hibát?

- A minta elemszámának növelésével.
- Pontosabb mintavételezéssel.
- Megfelelő statisztikai teszt kiválasztásával.

A minta elemszámának növelése csak a véletlen mintavételezés esetén csökkenti a hibákat. Szisztematikusan hibás mintavételezési eljárás esetén hiába növeljük az elemszámot, akkor is hamis eredményt kapunk.

### A döntésnél elkövethető hibák

Egy statisztikai teszt elvégzése során elkövethető hibák összefoglalását mutatja a lenti táblázat. Az oszlopok a valóságot mutatják, melyre csak a mintákból következtethetünk. A sorok a minták alapján hozott döntéseket jellemzik. Jól látható, hogy kétféle helyes és kétféle helytelen döntést hozhatunk. A helyes és helytelen döntések valószínűsége azonban nem egyezik meg, nem ötven-ötven százalék. Arra törekszünk, hogy a helyes döntéseink valószínűsége minél nagyobb legyen. Természetesen sohasem lesz 100%, mindig lesz tévedési hiba.

		A valóság	
		$H_0$ igaz	$H_0$ hamis
Döntés a minta alapján	$H_0$ -t elfogadjuk	Helyes döntés ( $1-\alpha$ )	Másodfajú hiba ( $\beta$ )
	$H_0$ -t elutasítjuk	Elsőfajú hiba ( $\alpha$ )	Helyes döntés ( $1-\beta$ )

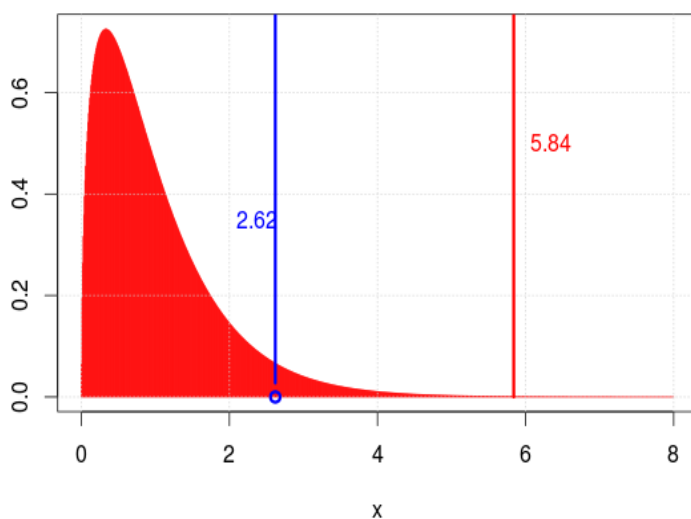


### 3. A VARIANCIA-ANALÍZIS KISZÁMÍTÁSA, AZ F-PRÓBA

Az F-próba gyakorlatilag a szisztematikus hatás viszonyítása a véletlen ingadozáshoz. Megbecsüljük, hogy a hatások hányszor nagyobbak az általunk nem vizsgált egyéb hatásoknál. A szisztematikus hatást a csoportok közötti varianciával, a véletlen ingadozást a csoporton belüli varianciával becsüljük.

$$F = \frac{MS_{cs.között}}{MS_{cs.belül}}$$

Az F-eloszlás sűrűségfüggvényét mutatja a **6. ábra**. Az x-tengelyen az F-értékek, az y-tengelyen a valószínűségek láthatók. A függőleges kék vonal mutatja a korábban megválasztott szignifikancia-szinthez (esetünkben ez 5%) tartozó kritikus F-értéket. Ezt a szignifikancia-szint és a két szabadságfok ismeretében tudjuk meghatározni. Korábban említettük, ha ennél kisebb a számított F, akkor a nullhipotézist kell elfogadni. Az ábrán a függőleges piros vonal a számított F-értéket mutatja. Ez jóval nagyobb, mint a kritikus, ezért már nem tekinthető a véletlen ingadozás hatásának, a nullhipotézist vissza kell utasítani. Mi az elsőfajú hiba elkövetésének valószínűsége ebben az esetben? Az 5,84 értéknél nagyobb értékek előfordulási valószínűsége. Példánkban ez nem éri el a 0,1%-t sem, ezért nyugodtan elvethetjük a nullhipotézist.



6. ábra: Az F-eloszlás sűrűségfüggvénye

Mikor szignifikáns az F-próba? Amennyiben szakmailag teljesen korrektek akarunk lenni, akkor azt kell válaszolni, ha létezik legalább egy szignifikáns kontraszt a csoportok között. A kontraszt egy lineáris összehasonlító függvény. A függvény együtthatóinak összege nulla.

Az R program néhány függvénye látható a következő táblázatban.

### R statisztika

```
model=aov(ar~marka,
data=kefir)
```

Egy-tényezős variancia-analízis modelljének megalkotása. Skála típusú változó ár, csoportképző a márka. Adatbázis a kefir.

```
summary(model)
```

A variancia-analízis eredménytáblázata.

```
model.tables(model, "means",
, se=T)
```

Marginális átlagok számítása.

```
model.tables(model, "effects",
se=T)
```

Kézeléshatások becslése, azaz az  $A_i$ -k számítása, valamint a standard hiba.

```
residuals(model)
```

Maradékok.

A variancia-analízis eredmény táblázata:

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
marka	3	396	132.13	5.845	0.000632 ***
Residuals	476	10760	22.61		

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Az R programban először a szabadságfokok, eltérés-négyzetösszegek, varianciák, majd a számított F-érték és az ehhez tartozó valószínűség kerülnek meghatározásra. A  $\text{Pr}(>F)$  kifejezést úgy olvashatjuk: mi annak a valószínűsége, hogy véletlenül a számított F-értéknél nagyobbat kapunk? 0,06%, ezért nyugodtan visszautasíthatjuk a nullhipotézist. A szignifikáns hatást szimbólumokkal is jelölik. \*\*\*=0,1%, \*\*=1%, \*=5%, .=10% szignifikancia-szintnek felel meg.

Marginális átlagok, a csoport átlagokat mutatják.

Tables of means

Grand mean

78.66667

marka

Danone	Jogobella	Milli	Muller
78.43	80.02	77.48	78.72

A középérték különbségek hibáit mutatja a lenti táblázat. Meghatározása:  $\sqrt{2 \cdot MS_{\text{error}}/r}$ . A példában:  $\sqrt{2 \cdot 22,61/120} = 0,6137$ . Az LSD teszt ezt használja.

Standard errors for differences of means

marka

0.6138

replic. 120

A kezeléshatások a főátlagtól vett eltéréseket jelentik. Ezek összegének nullának kell lenni. Értelmezésük: az átlagos kefir árakhoz képest a márkák árai hogyan alakulnak. Az előjelekre figyelni kell. Pl. a Milli 1,18 Ft-tal olcsóbb az átlaghoz viszonyítva.

Tables of effects

marka

marka

Danone	Jogobella	Milli	Muller
-0.2333	1.3583	-1.1833	0.0583

A hatások standard hibája.

Standard errors of effects

marka

0.434

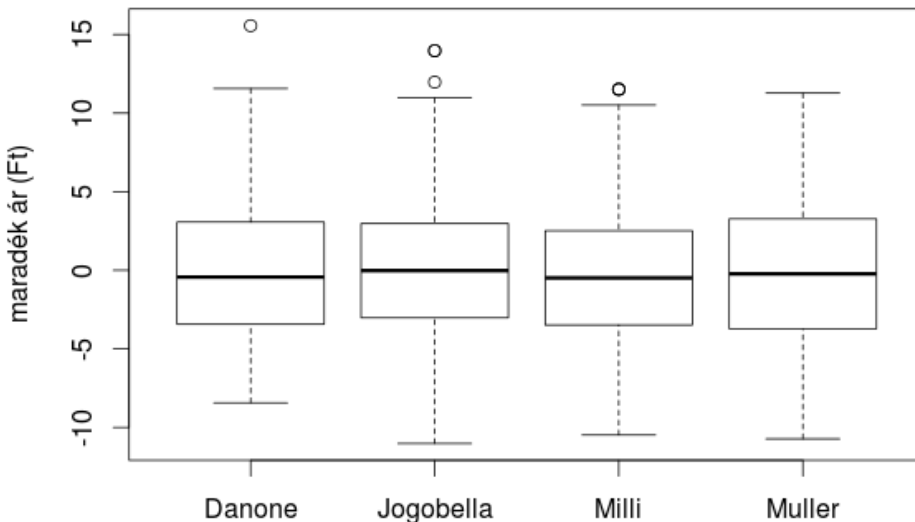
replic. 120

## 4. A MODELL ÉRVÉNYESSÉGÉNEK ELLENŐRZÉSE

### FÜGGETLENSÉG VIZSGÁLAT

**Függetlenség vizsgálatot** a maradékok leíró statisztikájának és ábrázolásának segítségével végezhetjük el. Számítsuk ki a maradékok átlagát és varianciáját kezelésenként. A maradékok ábrázolása (7. ábra) szemléletesen mutatja az alkalmazhatósági feltétel teljesülését. Az R programban az alábbi utasítást használhatjuk:

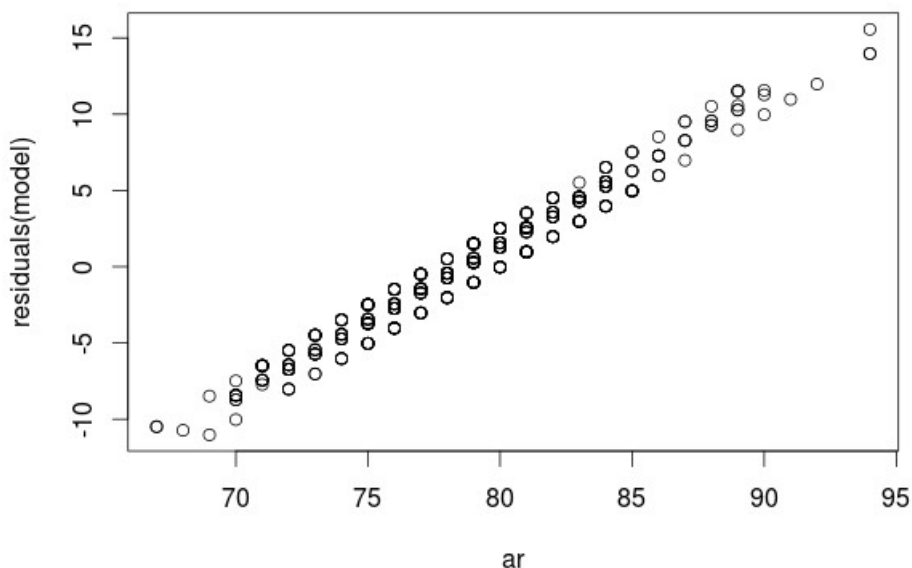
```
>boxplot(residuals(model)~marka, ylab="maradék ár (Ft)")
```



7. ábra: Maradékok a kezelés függvényében

Ábrázoljuk a maradékokat a megfigyelt és becsült értékek függvényében.

```
>plot(ar, residuals(model))
```



8. ábra. Maradékok a megfigyelt értékek függvényében

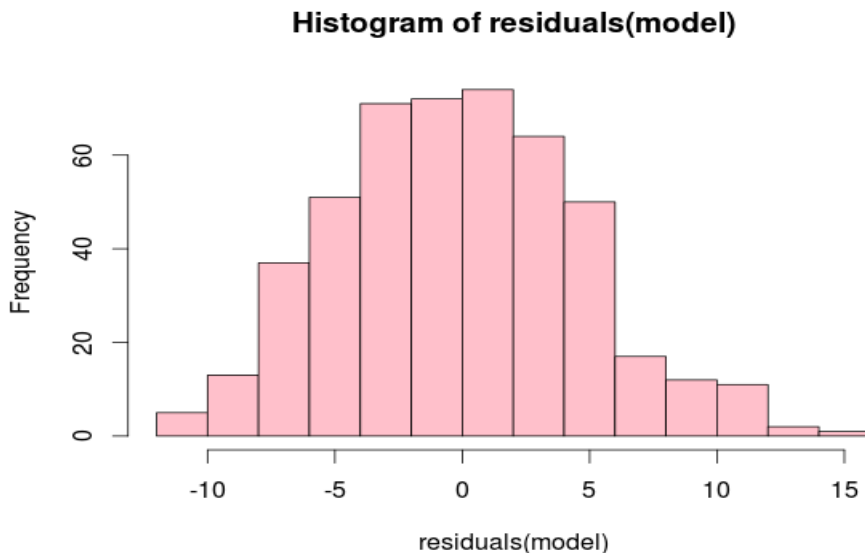
A 8. ábra a függő változó és a maradékok közötti összefüggést mutatja. Jól látszik, hogy szoros lineáris összefüggés áll fenn. Az ár növekedésével, nő a modell hibája, tehát a függetlenség nem teljesül. Mi lehet ennek az oka? Vagy a modell nem jó, vagy nem alkalmazható a variancia-analízis erre a problémára.

Akkor nem jó a modell, ha valamilyen egyéb fontos tényezőt nem vettünk figyelembe. Lehet, hogy a márkák hatásán kívül egyéb ok is erősen befolyásolja a kefir árát, pl. hogy melyik boltban vásároltuk. Amennyiben ez így van, akkor már nem elég az egy-szemponatos variancia-analízis, a modellt módosítani kell, két-szemponatos variancia-analízist kell alkalmazni.

## NORMÁLIS-ELOSZLÁS TESZTELÉSE

**Normális-eloszlás tesztelését** grafikusán és numerikusan végezzük. Grafikus normalitás vizsgálatnál hisztogramot és Q-Q ábrát használhatunk.

A 9. ábra alapján a maradékok normális eloszlásúnak néznek ki. A leggyakoribb értékek a nulla körül helyezkednek el, és ettől balra és jobbra szimmetrikusan egyre kisebb gyakorisággal fordulnak elő az abszolút értékben nagy maradékok.



**9. ábra. Maradékok hisztogramja**

A Q-Q ábra is megerősíti az előbbi feltételezést. Az elméleti átlós zöld vonal mentén helyezkednek el a maradékok, jelentős eltérés nem tapasztalható.

Numerikus normalitás vizsgálatnál Kolmogorov-Smirnov és Shapiro-Wilk tesztet lehet használni. Az előző tesztet nagyszámú adat, míg az utóbbit 50 alatti megfigyelés esetén használhatjuk. Példánkban több száz megfigyeléssel rendelkezünk, ezért a Kolmogorov-Smirnov tesztet alkalmazzuk.

Kolmogorov-Smirnov teszt az R-ben:

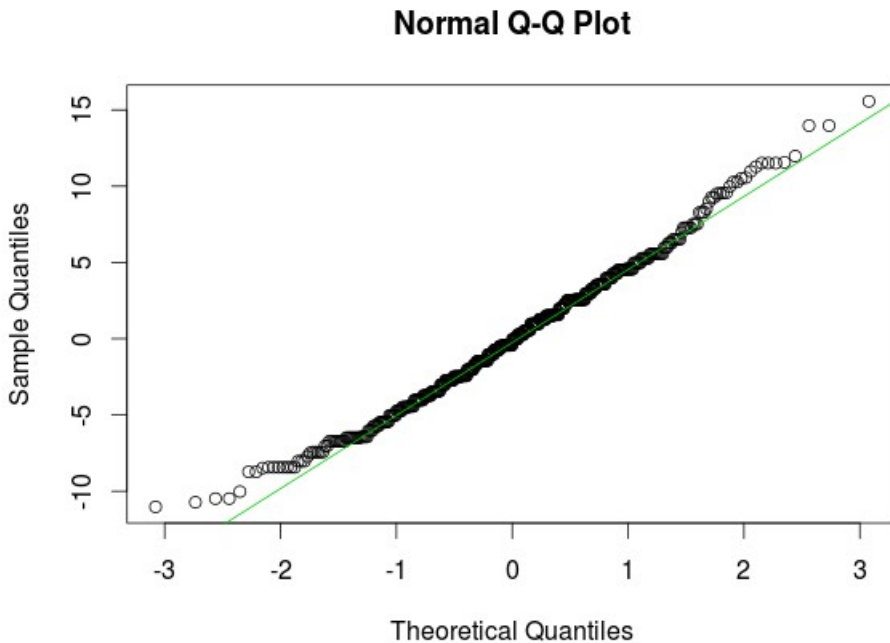
```
>ks.test(residuals(model), "pnorm", mean(residuals(model)), sd(residuals(model)))
```

Eredmény:

One-sample Kolmogorov-Smirnov test

```
data: residuals(model)
D = 0.0441, p-value = 0.3085
alternative hypothesis: two-sided
```

A teszt a nullhipotézist megerősíti, a maradékok eloszlása nem tér el szignifikánsan a normál-eloszlástól. A p-érték 0,3085, amely jóval nagyobb, mint az előre vállalt elsőfajú hiba nagysága.



10. ábra. Grafikus normalitás vizsgálat

## HOMOSZKEDASZTIKUSSÁG VIZSGÁLATA

**Homoszkedasztikuság vizsgálata** során a kezeléskombinációkon belüli varianciát hasonlítjuk össze. Ezt homogenitás vizsgálatnak is nevezik. A nullhipotézisünk, hogy a maradékok varianciái egyenlők. Erre többféle teszt is létezik, mi a Levene-tesztet fogjuk használni. A lenti példa egy két-tényezős variancia-analízis homoszkedasztikuságának vizsgálatát mutatja. Ebben az esetben a kezeléskombinációkon belül kell a varianciáknak egyenlőeknek lenni. A csoportok szabadságfoka: kezeléskombinációk-1. Esetünkben négy kefir márka és négy bolt esetén 15. A számított F-érték egy körüli, 1,0195, ami a véletlennek tudható be.

```
>leveneTest(residuals(model)~marka*bolt, center=mean)
```

Eredmény:

```
Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = mean)
      Df F value Pr(>F)
group  15  1.0195 0.4332
      464
```

A teszt megerősíti a nullhipotézist, a maradékok varianciái homogének.

Amennyiben a Levene-teszt szignifikáns különbséget mutat a maradékok varianciái között, nem használhatunk klasszikus variancia-analízist. Helyette robusztus tesztet kell választani, pl. Welch-próbát vagy Brown-Forsythe tesztet.

Amennyiben az előbb tárgyalt három alkalmazhatósági feltétel közül valamelyik nem teljesül, nem végezhetünk variancia-analízist. Ebben az esetben más statisztikai eljárást kell választani. Mi lehet az oka a feltételek nem teljesülésének? A normalitás és homoszkedasztikuság sokszor a kiugró értékek miatt nem teljesül. Ezért a számítások megkezdése előtt feltétlenül ellenőrizni kell őket.

### Brown-Forsythe próba

Ezt a próbát BROWN-FORSYTHE 1974-ben közölte először. A szórások különbözősége esetén meg kell vizsgálni, miért különbözik a szórás, milyen szakmai magyarázatot lehet rá adni. Ha a szórások különbözőségének semmilyen logikai vagy szakmai okát nem tudjuk megadni, nagy valószínűséggel a szórások véletlenül vagy valamilyen kísérleti hiba miatt különböznek.

A Welch és Brown-Forsythe-próba biometriai alkalmazásával még nem találkoztunk, ezért a több éves kutatómunka tapasztalatai alapján itt ragadjuk meg az alkalmat, hogy a használatukhoz néhány tanácsot adjunk. Ha a csoporton belüli szórás négyzetek (varianciák) nem egyformák nyugodtan használhatjuk a kezelésközvetlen egyenlőségének tesztelésére bármelyiket a kettő közül. A legjobb, ha mindkettőt kipróbáljuk és összehasonlítjuk az eredményeket (4. táblázat).

Ebben az esetben a két teszt ugyanazt az eredményt adta, ha különbség lett volna a két eredmény között, tovább kell folytatni az értékelést. Ilyenkor szélsőséges esetben a Welch-próba szignifikáns különbséget mutathat a kezelésközvetlen között, míg a Brown-Forsythe-próba nem.

#### 4. táblázat: A kezelés középértékek összehasonlítása robusztus tesztekkel

##### Robust Tests of Equality of Means

termés t/ha	Statistic <sup>a</sup>	df1	df2	Sig.
Welch	3,238	2	83,571	,044
Brown-Forsythe	3,725	2	49,027	,031

a. Asymptotically F distributed.



Mi lehet ennek az oka? Ez akkor következik be, ha a csoportok varianciája nagyon nagymértékben különbözik egymástól. Ilyenkor az elkülönített (separate) variancia tesztek a szabadságfok csökkentésével válaszolnak, és ezzel rontják a statisztikai próba erejét. A varianciák nagyon nagy mértékű különbözőségét legtöbbször a csoportokon belüli kiugró értékek okozzák. A kiugró értékek zavaró hatását többféleképpen szűrhetjük ki. Az egyik hatásos eszköz a csonkított (trimmed) teszt, amikor minden egyes csoportból elhagyjuk a legnagyobb és legkisebb érték 5, 10 vagy 15%-át. A csonkolás mértékét szakmai megfontolások miatt tetszőlegesen megváltoztathatjuk.

A csonkolás után megismételt Brown-Forsythe próbában a szabadságfokok száma nőni fog és a teszt eredménye javul (5. táblázat). A fenti feltételek esetén a szórás hagyományos meghatározása helyett a *ROBUST SD* és *WINSORIZED SD* kiszámítása jobb becslést ad a csoporton belüli szórás nagyságára. Ezek a próbák kevésbé érzékenyek a kiugró értékekre. A különböző módon kiszámított szórások összehasonlítása közvetett módon, a csoporton belüli varianciák egyenlőségére vagy egyenlőtlenségére is rámutat. Szántóföldön pl. tőszám kísérleteknél, ahol a varianciák egyezősége nem várható, a Welch vagy Brown-Forsythe- által kidolgozott variancia-analízist kell alkalmazni.

5. táblázat: A kezelés középértékek összehasonlítása robusztus tesztekkel a csonkolás után

#### Robust Tests of Equality of Means

termés t/ha	Statistic <sup>a</sup>	df1	df2	Sig.
Welch	9,905	2	93,797	,000
Brown-Forsythe	10,087	2	139,613	,000

a. Asymptotically F distributed.

## KIUGRÓ ÉRTÉKEK VIZSGÁLATA

Az előző fejezetben láttuk, hogy a kiugró értékek milyen nagymértékben tudják megzavarni a variancia-analízis eredményét. Ezért a statisztikai elemzések első és egyik legfontosabb lépése a kiugró értékek ellenőrzése. Az R program ennek ellenőrzésére is kínál lehetőséget.

Az elemzés első lépéseként nézzük meg, hogy adatainkban találunk-e kiugró értéket. Van-e vajon adatrögzítési, gépelési hiba?

A kiugró értékek ellenőrzéséhez nagyság szerint rendezzük sorba az adatokat. Erre az alábbi függvény szolgál:

```
>adatbázis[order(változó), ]
```

Például egy kukorica adatbázisban a termés szerinti rendezés:

```
> kukorica[order(termes), ]
```

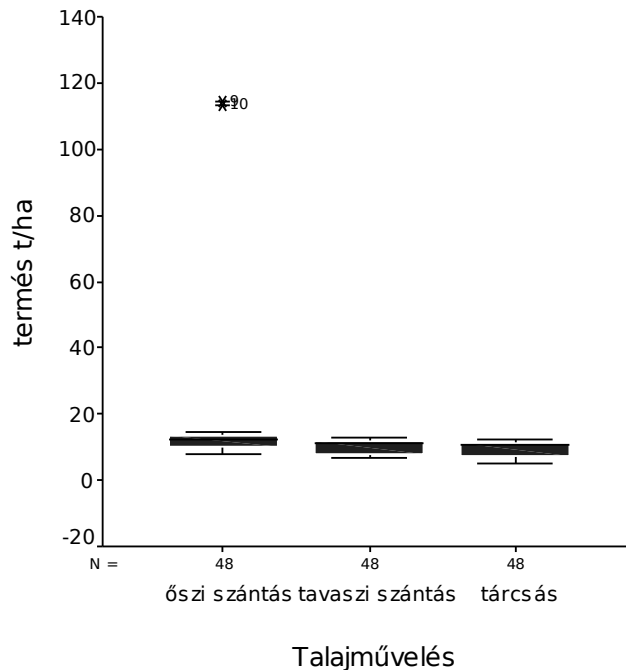
Csökkenő sorrendben.

```
> kukorica[order(-termes), ]
```

A csökkenő rendezést a változó elé tett mínusz jellel tudjuk előállítani.

Nézzük meg a legnagyobb és legkisebb értékeket. A kiugró értékek ugyanis biztos, hogy itt keresendők, hiszen azok vagy sokkal nagyobbak, vagy sokkal kisebbek, mint a többi érték a mintában.

A kiugró értékek ellenőrzésének egy másik lehetséges módja az adatok grafikus megjelenítése.



**11. ábra. A kiugró értékek grafikus ellenőrzése (box-plot ábra)**

## 5. AMENNYIBEN AZ *F*-PRÓBA SZIGNIFIKÁNS, KÖZÉPÉRTÉKEK TÖBBSZÖRÖS ÖSSZEHASONLÍTÁSA

Amennyiben a variancia-analízis a kezelésátlagok közötti egyenlőséget nem igazolja, meg kell határozni, hogy mely kezelések között van szignifikáns különbség. Párónként össze kell hasonlítani a kezeléskombinációkat.

A középérték-összehasonlító teszteknek kétféle típusa létezik:

- előzetes un. a priori kontrasztok
- az analízis után számítható, post hoc tesztek

### KONTRASZTOK

A csoportok közötti eltérés-négyzetösszeget (SUMS OF SQUARES) fel lehet bontani trend komponensekre, vagy előzetesen megadhatunk általunk definiált kontrasztokat is. A trendek között különböző hatványfüggvényekkel leírható trend összetevőket tesztelhetünk.

A kontrasztok az egyes csoportok várható értékeinek lineáris kombinációi. A súlyok segítségével meg lehet adni a csoportviszonyokat, akár több kontrasztot is egyidejűleg. Ilyen csoportviszonyok a biometriában, pl. műtrágyadózis kísérletekben nagyon könnyen értelmezhetőek. A lineáris összehasonlító függvények elméletével több szerző is foglalkozott. Magyar nyelven ÉLTE-TŐ Ö.-ZIERMANN M. 1964 megjelent művében található meg. A módszer lényege, hogy egy olyan lineáris függvényt kell alkotni, mint pl.

$$C_g = c_{g1}x_1. + c_{g2}x_2. + \dots + c_{gp}x_p.$$

és ha teljesül a

$$c_{g1} + c_{g2} + \dots + c_{gp} = 0$$

feltétel, akkor ez egy lineáris összehasonlító függvény. A fenti definícióból következően végtelen számú  $C_g$  létezik.

A kontrasztokra vonatkozó nullhipotézis:  $H_0: C_g = 0$ , az ellenhipotézis:  $H_A: C_g \neq 0$ .

Ha pl. egy tényező hatását  $T_1, T_2, T_3, T_4$  szinten vizsgálunk, akkor a  $(T_1, T_2)$  csoport egybevetését a  $(T_3, T_4)$  csoporttal a  $C_g = x_1. + x_2. - x_3. - x_4.$  függvény segítségével végezhetjük el (itt  $1+1-1-1=0$ ).

A fenti összehasonlítás a variancia-analízis által szolgáltatott összevont, közös variancia felhasználásával történik, ezért követelmény, hogy a csoportok szórásai megegyezzenek, így gyakran a variancia-analízis kiegészítő részét képezi. A kontrasztokkal a hatótényezők sokféle csoportosítása útján kapott átlagok különbözőségét lehet vizsgálni, pl. műtrágyázás esetén, a feltételezé-

sem az, hogy az őszi búza a legnagyobb termést a 120 kg nitrogén adag mellett éri el. Vizsgálhatom az ez alatti adagokat, mintát véve, vagy az e feletti adagokat, szintén mintát véve, véletlenszerűen, ha nem 120 kg-t alkalmazok, vajon milyen eredmény születne.

A kontrasztokat tehát az alábbi összefüggéssel becsülhetjük:

$$\hat{C} = \sum_{i=1}^k c_i \bar{x}_i$$

ahol:

k: az összehasonlítandó csoportok száma

A továbbiakban meg kell határozni a kontrasztok varianciáját, hogy fel tudjuk írni a konfidencia-intervallumát.

$$\text{var}(\hat{C}) = \sum_{i=1}^k c_i^2 \frac{s_e^2}{n_i} = s_e^2 \sum_{i=1}^k \frac{c_i^2}{n_i}$$

ahol:

$s_e^2$  : a maradék varianciája

$n_i$  : az  $i$ -edik csoport elemszáma

A kontrasztok normál-eloszlásúak, mert független normál-eloszlású változók lineáris kombinációi. Amennyiben a kontrasztokat osztjuk a kontrasztok szórással, egy  $N-k$  szabadságfokú t-eloszlású változót kapunk. Ennek ismeretében felírhatjuk az  $1-\alpha$  valószínűséghez tartozó konfidencia-intervallumot:

$$\hat{C} \pm t_{1-\alpha/2, N-k} S_{\hat{C}}$$

A kontrasztok használatát egy kфир példán mutatjuk be, melynek egy-tényezős variancia-analízis eredménye látható lent.

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
marka	3	396	132.13	5.845	0.000632 ***
Residuals	476	10760	22.61		

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

1

A kezelések leíró statisztikája az alábbi:

marka, means and individual ( 95 %) CI

	ar	std.err	replication	LCL	UCL
Danone	78.43333	0.4328483	120	77.58280	79.28386
Jogobella	80.02500	0.4213262	120	79.19711	80.85289
Milli	77.48333	0.4399490	120	76.61885	78.34782
Muller	78.72500	0.4416931	120	77.85709	79.59291

Hasonlítsuk össze a Danone és Jogobella kefirek árát a Milli és Muller árai-val. Döntésünket 5%-s szignifikancia-szint mellett hozzuk meg. Képzeljük el, hogy az első kettő ugyanazon cég két márkája, és a második kettő egy másik cég terméke.

Képezzünk egy kontrasztot.

$$\hat{C} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2} - \frac{\bar{x}_3 + \bar{x}_4}{2} = \frac{78,43 + 80,03}{2} - \frac{77,48 + 78,73}{2} = 1,125$$

Számítsuk ki a fenti kontraszt varianciáját.

$$\text{var}(\hat{C}) = s_e^2 \sum_{i=1}^4 \frac{c_i^2}{n_i} = 22,606 \sum_{i=1}^4 \frac{0,5^2}{120} = 0.1884$$

Határozzuk meg a kritikus t-értéket, szabadságfok N-k, azaz 480-4 egyenlő 476.

$$t_{0,975, 476} = 1,965$$

A 95%-s konfidencia-intervallum:

$$\hat{C} \pm t_{1-\alpha/2, N-k} s_{\hat{C}} = 1,125 \pm 1,965 \cdot \sqrt{0.1884} = 1,125 \pm 0,8528$$

Tehát 95%-s valószínűséggel a két-két kefir közötti árkülönbség (0,2722; 1,9798) tartományon belül van. Mivel ebbe nem tartozik bele a nulla, ezért a kefirek ára között szignifikáns különbség van, azaz az első cég termékei jelentősen drágábbak.

## TÖBBSZÖRÖS ÖSSZEHAJONLÍTÓ TESZTEK

Szimultán vagy többszörös összehasonlítás (multiple comparison) a köztudatban a szórásanalízis kiegészítője, fejlődését főleg felhasználói igények indították útjára. Jelentősége azonban jóval nagyobb, különösen a nem paraméteres esetben, ahol szórásanalízisre, e normalitást feltételező eljárásra, nem kerülhet sor. Ha az egy-szemponos szórásanalízis F-próbája szignifikáns, kíváncsiak vagyunk, mely populációk miatt nem homogén a minta. Eleinte csak páronként az összes lehetséges csoport-párra két-mintás t-próbát hajtottak végre. Előfordulhat azonban, hogy adott  $\alpha$ -szinten szignifikáns F-próba esetén egyik csoport-pár sem mutat szignifikáns t-értéket az adott  $\alpha$ -szint mellett. A szimultán hipotézis vizsgálatok nemcsak az egy-szemponos szórásanalízisben hódítottak teret, hanem mindenütt, ahol egyidejű döntésre van szükség, pl. regresszió, kovariancia, több-szemponos szórásanalízis, stb.

Szimultán döntés, ha kettőnél több összehasonlítandó mintám van. Olyan állításokat fogalmazznak meg, amelyek egyidejűleg érvényesek. Ezek lehetnek:

- Szimultán végzett statisztikai próbák vagy
- Egyidejűleg érvényes konfidencia intervallumok

A többszörös statisztikai próbák zöme paraméteres, a normális eloszlásra épülő eljárás. Sorozatos statisztikai összehasonlítások végzésekor halmozódik a próbánként vállalt elsőfajú hiba (kockázat). A szimultán összehasonlítási módszerek fő célkitűzése ennek a halmozódásnak a csökkentése illetve megszüntetése. Ennek eredményeként az egyes összehasonlítások konzervatív irányba tolnak el: a próbánként fenyegető elsőfajú hiba ténylegesen kisebb a vállalt (névleges) kockázatnál. Ez azonnal szembeötlik a többszörös összehasonlítások azon csoportjánál, amelyek az ún. Bonferroni-egyenlőtlenség alapján dolgoznak. Az első ilyen javaslat Fisher könyvében (1935) található. A lényege, hogy  $m$  összehasonlítás esetén, az egyes összehasonlításokat a névleges  $\alpha$  szint helyett  $\alpha/m$  valószínűségi szinten hajtják végre. A valószínűség szubadditív tulajdonsága miatt, ha az összehasonlításoként vállalt  $\alpha$  kockázatok összege olyan nagy, mint a teljes sorozatra vállalt  $\alpha$  valószínűségi szint, akkor annak valószínűsége, hogy  $m$  elvégzett összehasonlítás után valahol elkövetjük az elsőfajú hibát, legfeljebb  $\alpha$ :

$$P(H) \leq \alpha = \sum_{i=1}^m \alpha_i$$

ahol:  $H$  esemény azt jelenti, hogy az állítások közt legalább egy hibás. Ha az egyes állítások (valószínűség-számítási értelemben) függetlenek lennének, akkor a fenti becslés helyett az

$$1 - P(H) = \prod_{i=1}^m (1 - \alpha_i)$$

egyenlőséget alkalmazhatnánk, ami azt mutatja, hogy az állítások között nincs hibás. Miller (1966) megmutatta, hogy a szimultán konfidencia-intervallumokra a fenti egyenlőség helyett mindig a  $\leq$  érvényes. A szimultán vizsgált minták között végezhető összehasonlítások nem függetlenek. Legyen valamennyi  $\alpha_i$  valószínűsége egyforma:  $\alpha_i = \alpha_m = \alpha/m$ , akkor az összehasonlítások nem független természetét figyelembe véve, a szimultán próbák együttes kockázata:

$$P(H) \leq 1 - (1 - \alpha_m)^m$$

A levezetésből látszik, hogy az egyes szintek egyformaságának semmiféle szerepe nincs. Megtehetjük tehát, hogy a fontosabb összehasonlítások számára magasabb szintet jelölünk ki, ezzel biztosítva számukra a nagyobb erőt.

A variancia-analízis után használható tesztek két nagy csoportba sorolhatjuk a csoportok szórása szerint.

Amennyiben a csoportok szórásai megegyeznek, használhatjuk az alábbiakat:

- LSD
- Student-Newman-Keuls
- Tukey
- Duncan
- Scheffe

Amennyiben a csoportok szórásai különböznek, használhatjuk a korábban említett Welch-próbát vagy Brown-Forsythe tesztet.

A későbbikben bemutatott teszteken kívül még sok egyéb is létezik, mind-egyik más-más alkalmazhatósági feltétel mellett használható.

A R-ben érdemes telepíteni az „**agricolae**” csomagot (`install.packages(„agricolae”)`), amelyben megtalálhatók a most ismertetett középérték-összehasonlító tesztek:

```
>install.packages(„agricolae”)
```

## LSD

Az LSD teszt magyarul a legkisebb szignifikáns differenciát (SzD) jelenti. R. A. Fisher 1935-ben módosította az egyszerű t-próbát, amennyiben a szórásanalízis F-próbája szignifikáns.



12. ábra. Sir Ronald Aylmer Fisher angol statisztikus (1890-1962)

A biometriai kutatásban, a kísérletek kiértékelésben, a legrégebben használt módszer a kezelésszintek különbségének vizsgálatára. A variancia-analízis szolgáltatja Hiba MQ-ból kiszámolt SZDp% -ből ( $SzD_{p\%} = t_{p\%} s_d$ ) levont következtetések azonban csak akkor érvényesek, ha az analízis előtt véletlenül választunk ki két kezelést, és ennek a különbségét teszteljük. Általában a legnagyobb és legkisebb értéket adó kezelések közötti különbségek akkor is nagyobbak, mint az SZDp%, ha a kezelések véletlen minták ugyanabból a sokaságból, tehát nincs közöttük különbség. Erre a következtetésre jutott Sváb, 1981 is és a fenti hátrányok kiküszöbölésére a Duncan-tesztet említi, de az értékelés körülményes voltára hivatkozva nem foglalkozik vele. Sajnos a biometriai kutatásban is sokszor tévesen alkalmazzák az SZDp%-t és gyakorlatilag sorba tesztelik a kezelésszinteket, és azt nézik melyik két kezelés közötti különbség nagyobb, mint az SZDp%. Az így kimutatott szignifikáns különbségek igen kétes értékűek, mivel az egész kísérletre érvényes  $\alpha$ -hiba valószínűsége (a kockázat) az összehasonlítások során halmozódik.



Szignifikáns differencia képlete (5%):

$$SzD_{5\%} = t_{5\%} \sqrt{\frac{2MS_{hiba}}{r}}$$

A fenti képlet az 5%-s szignifikáns differenciát mutatja, amennyiben 10 vagy 1%-ost szeretnénk meghatározni, akkor a t-értéket az adott szignifikancia-szint mellett kell meghatározni. A gyökjel alatti  $r$  az ismétlések száma. Az  $SzD_{p\%}$  tehát az a legnagyobb távolság két csoport átlaga között, amely még a véletlen ingadozásnak tudható be. Amennyiben ennél kisebb a két középérték különbsége, akkor a középértékek statisztikailag egyformának tekintendők. A nullhipotézist csak akkor utasíthatjuk vissza, ha az  $SzD_{p\%}$ -nál nagyobb különbséget kapunk. A fenti képletben a gyökjel alatti komponensek a variancia-táblázatban találhatóak meg, a t-érték meghatározása az R-ben az  $t$  függvény segítségével történhet.

A középérték-összehasonlító tesztek egy kefir példán mutatjuk be, melynek egy-tényezős variancia-analízis eredménye látható lent.

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
marka	3	396	132.13	5.845	0.000632 ***
Residuals	476	10760	22.61		

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Számoljuk ki lépésről-lépésre a legkisebb szignifikáns differencia értékét. Először számítsuk ki két középérték különbségének a szórását.

$$s_d = \sqrt{\frac{2MS_e}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 22,61}{120}} = 0,61387$$

Utána határozzuk meg a kritikus t-értéket.

```
> qt(p=0.975, df=464)
```

```
[1] 1.96509
```

A kritikus t-érték és a különbségek szórásának szorzata adja a legkisebb szignifikáns differencia értékét, amely:

$$0,61387 \cdot 1,96509 = 1,20631$$

A kapott eredmény szinte tökéletesen megegyezik a lent bemutatott R által számított eredménnyel, az eltérés csak kerekítésből származik, amelyet a hiba MS kerekített értéke okoz.

Amennyiben pontosan akarjuk meghatározni ennek az értékét, akkor használjuk az alábbi R parancsot:

```
> deviance(model)/df.residual(model)
[1] 22.60564
```

Határozzuk meg az R-rel is a legkisebb szignifikáns differencia értékét.

### LSD R függvénye:

```
>LSD.test(model,"marka",alpha=0.05, p.adj="none",
main="Kefir árak\nmárkák szerint")
```

Legkisebb szignifikáns differencia eredménye:

Study: Kefir árak  
márkák szerint

LSD t Test for ar

Mean Square Error: 22.60564

marka, means and individual ( 95 %) CI

	ar	std.err	replication	LCL	UCL
Danone	78.43333	0.4328483	120	77.58280	79.28386
Jogobella	80.02500	0.4213262	120	79.19711	80.85289
Milli	77.48333	0.4399490	120	76.61885	78.34782
Muller	78.72500	0.4416931	120	77.85709	79.59291

alpha: 0.05 ; Df Error: 476  
Critical Value of t: 1.96496

Least Significant Difference 1.206109

Means with the same letter are not significantly different.

Groups, Treatments and means

a	Jogobella	80.03
b	Muller	78.72
bc	Danone	78.43
c	Milli	77.48

Megkapjuk a hiba varianciáját (Mean Square Error), az átlagok 95%-s konfidencia-intervallumát, a hiba szabadságfokát, a kritikus t-értéket, a legkisebb szignifikáns differenciát és az összehasonlítások táblázatát. Amennyiben azonos betű jelöl kettő vagy több csoportot, azok között nincs szignifikáns különbség.

Az elsőfajú hiba halmozódását a p-érték különböző korrigálásával csökkenthetjük. Erre szolgál az LSD() függvényben a p.adj paraméter.

### LSD R függvénye:

```
>LSD.test(model,"marka",alpha=0.05, p.adj="none",
main="Kefir árak\nmárkák szerint")
```

A fenti példában az elsőfajú hibát nem korrigáltuk, p.adj="none". A p.adj értéke lehet:

- „none”
- „holm”
- „hochberg”
- „bonferroni”
- „BH”
- „BY”
- „fdr”

Korábban, a szimultán tesztek tárgyalásakor említettük a Bonferroni-egyenlőtlenséget, amelynek a lényege, hogy  $m$  összehasonlítás esetén, az egyes összehasonlításokat a névleges  $\alpha$  szint helyett  $\alpha/m$  valószínűségi szinten hajtjuk végre. Ezzel a módszerrel korrigálva az LSD-tesztet a Bonferroni-tesztet kapjuk, amely a páronkénti átlagok különbségének vizsgálatára használható. A két csoport elemszáma lehet különböző is. Lényege, hogy az  $\alpha$ -hibához tartozó t-értéket korrigálja a független összehasonlítások számának megfelelően.

$$L = t(\text{táblázatbeli}) \cdot \sqrt{S_p^2 \left( \frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}$$

Végezzük el újra az LSD-tesztet, de most a Bonferroni-féle módosítással.



13. ábra. Carlo Emilio Bonferroni olasz matematikus (1892-1960)

A lehetséges páronkénti összehasonlítás négy csoport esetében  $4 \times 3/2$ , azaz 6. Az 5%-s elsőfajú hibát ezért hattal kell osztani, és a kritikus értéket így kell meghatározni.

```
> a=0.05/6
```

```
> qt((1-a/2), 476)
```

```
[1] 2.649331
```

A nagyobb t-érték miatt a szignifikáns-differencia értéke is nagyobb.

#### LSD R függvénye:

```
>LSD.test(model,"marka",alpha=0.05, p.adj="bonferroni",  
main="Kefir árak\nmárkák szerint")
```

Eredmény:

```
LSD t Test for ar
```

```
P value adjustment method: bonferroni
```

```
Mean Square Error: 22.60564
```

marka, means and individual ( 95 %) CI

	ar	std.err	replication	LCL	UCL
Danone	78.43333	0.4328483	120	77.58280	79.28386
Jogobella	80.02500	0.4213262	120	79.19711	80.85289
Milli	77.48333	0.4399490	120	76.61885	78.34782
Muller	78.72500	0.4416931	120	77.85709	79.59291

alpha: 0.05 ; Df Error: 476  
Critical Value of t: 2.649331

Least Significant Difference 1.626181  
Means with the same letter are not significantly different.

Groups, Treatments and means

a	Jogobella	80.03
ab	Muller	78.72
ab	Danone	78.43
b	Milli	77.48



**14. ábra. William Sealy Gosset  
angol statisztikus (1876-1937)**

Módosítás nélkül az SzD-érték 1,206, Bonferroni korrekcióval 1,626. Abban az esetben, ha nem egyetlen páronkénti összehasonlítást végzünk, hanem mind a hat páronkénti összehasonlításra kíváncsiak vagyunk, akkor a Bon-

ferroni tesztet kell alkalmazni. Csak ekkor igaz, hogy az egész kísérletre érvényes elsőfajú hiba egyenlő 5%-kal.

#### Referenciák

Steel, R.; Torri, J.; Dickey, D. (1997) Principles and Procedures of Statistics A Biometrical Approach. pp178.

Hotelling, H.: British Statistics and Statisticians Today. Journal of the American Statistical Association. 1930;25:186–190.

### *Student-Newman-Keuls próba, SNK*

D. Newman (1939) Student (alias W.S. Gosset) (1927) cikke alapján dolgozta ki az első, studentizált terjedelmeken alapuló többszörös összehasonlító tesztjét. Erre az eloszlásra először ő állított fel táblázatokat, később Pearson és Hartley (1943) részletesebb táblázatot készített. Ha a próba-érték szignifikáns, akkor elhagyják valamelyik szélső értéket, és a következő terjedelmet vizsgálják tovább. M. Keuls (1952) módosította a Newman próbát. A statisztikája megegyezik Newmanéval, **az elsőfajú hiba összehasonlításonként rögzített**, ezért a teljes vizsgálat elsőfajú hibája  $n$ -nel együtt nő. Statisztikáját az alábbi módon számítjuk. Először ismerkedjünk meg a studentizált terjedelem fogalmával, melyet az alábbi összefüggés mutat:

$$q = \frac{\bar{x}_k - \bar{x}_1}{s}$$

ahol

$\bar{x}_k$  : a legnagyobb csoportátlag

$\bar{x}_1$  : a legkisebb csoportátlag

$k$  : csoportok száma

Tehát először nagyság szerint növekvő sorrendbe rendezzük a csoportátlagokat. A legnagyobbból kivonjuk a legkisebbet, így megkapjuk a terjedelmet. Ezt a terjedelmet studentizáljuk a csoportokon belüli szórással, azaz a maradékok szórásával.

$$s^2 = \sum_{i,j} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$$

négyzetösszeg, amelynek szabadságfoka  $v=k(n-1)$ , ahol  $n$  a minta elemszáma,  $k$  a csoportok száma.

A  $q$  studentizált terjedelem eloszlásának tehát két szabadságfoka van, a  $k$  és  $\nu$ , ahol  $k$  a normál eloszlású populációk száma és  $\nu=k(n-1)$ , ahol  $n$  a minta elemszáma. Az eloszlás segítségével meghatározhatjuk a kritikus terjedelmet.

$$w_r = q_{\alpha, k, \nu} \sqrt{\frac{MSE}{r}}$$

ahol

$r$  : az ismétlések száma, azaz az egy csoporton belüli elemek száma, melyet  $n$ -nel is jelölünk

Egyes vélemények szerint a SNK-teszt a Tukey teszttel áll rokonságban, de annál sokkal kevésbé konzervatív (több eltérést mutat ki).

### SNK próba R függvénye:

```
>SNK.test(model, "marka", alpha=0.05, group=TRUE)
```

SNK próba eredménye:

```
Student Newman Keuls Test
for ar
```

```
Mean Square Error: 22.60564
```

```
marka, means
```

	ar	std.err	replication
Danone	78.43333	0.4328483	120
Jogobella	80.02500	0.4213262	120
Milli	77.48333	0.4399490	120
Muller	78.72500	0.4416931	120

```
alpha: 0.05 ; Df Error: 476
```

```
Critical Range
```

	2	3	4
	1.206109	1.443104	1.582477

Means with the same letter are not significantly different.

Groups, Treatments and means

a	Jogobella	80.03
b	Muller	78.72
b	Danone	78.43
b	Milli	77.48

Az eredmények alapján csak a Jogobella kefir drágább a többinél, a másik három között nincs különbség.

Elemezzük az eredményeket részletesebben, és számítsuk ki lépésről-lépésre a kritikus terjedelmet. Az R program három kritikus terjedelmet (Critical Range) határozott meg. Érdekes a 4. terjedelemmel kezdeni. Ez a legnagyobb és legkisebb ár közötti kritikus érték. Amennyiben ennél nagyobb a különbség, akkor szignifikáns különbség van a két ár között. Esetünkben ez áll fenn, a Jogobella kefir 5%-s szignifikancia-szinten drágább, mint a Milli. A kettő közötti különbség nagyobb, mint 1,58 Ft. Hogyan kell meghatározni ezt az értéket? Az alábbi, korábban ismertetett képlet alapján.

$$w_r = q_{\alpha, k, v} \sqrt{\frac{MSE}{r}}$$

A studentizált terjedelem eloszlás az R programban a Tukey eloszlást jelenti.

Tukey eloszlás kritikus értékének R függvénye:

```
> qtkey(0.95, 4, 476)
```

```
[1] 3.646052
```

Ezzel megkaptuk a  $q$  értékét.

$$w_r = q_{\alpha, k, v} \sqrt{\frac{MSE}{r}} = 3,646 \sqrt{\frac{22,606}{120}} = 1,5825$$

A kézi számítás eredménye tökéletesen megegyezik a program által számítottal.

Számítsuk ki a harmadik és második kritikus terjedelmet is. Hagyjuk el az egyik szélső értéket. Így csak három csoport marad. A studentizált terjedelem eloszlás szabadságfokai fognak változni az alábbiak szerint:

```
> qtkey(0.95, 3, 476)*sqrt(MSE/120)
```

```
[1] 1.443104
```



Hagyjunk el most is egy szélső értéket, így már csak két összehasonlítandó csoport marad.

```
> qtukey(0.95, 2, 476) * sqrt(MSE/120)
```

```
[1] 1.206109
```

Az eredmények tökéletesen megegyeznek az R által számítottal. Az SNK-teszt tehát a páronkénti összehasonlításoknál nem ugyanazt az értéket használja. A kritikus terjedelem nagysága függ a rangsorban elfoglalt helyzettől.

## Referenciák

Newman D (1939). "The distribution of range in samples from a normal population, expressed in terms of an independent estimate of standard deviation". *Biometrika* 31 (1): 20–30. doi:10.1093/biomet/31.1-2.20

Keuls M (1952). "The use of the "studentized range" in connection with an analysis of variance". *Euphytica* 1: 112–122.

Principles and procedures of statistics a biometrical approach Steel & Torry & Dickey. Third Edition 1997

## *Tukey-teszt*



15. ábra. John Wilder Tukey amerikai matematikus (1915-2000)

J.W. Tukey (1953) studentizált terjedelem tesztjében a páronkénti különbségek konfidencia-intervallumának meghatározásánál ugyanazt a kritikus értéket használja.

A studentizált terjedelem eloszlását korábban ismertettük. Itt a **teljes vizsgálat elsőfajú hibája rögzített**, és az egyes összehasonlítások elsőfajú hibája  $n$  növekedésével csökken, s így a másodfajú nő. A legkonzervatívabb teszt. A Tukey teszt (1953) alapesetben egyforma minta nagyságú csoportok átlagainak különbségét szimultán tudja tesztelni, és a következő null-hipotézist vizsgálja:

$$H_0: \mu_i - \mu_j = 0$$

Páronkénti különbségek konfidencia-intervalluma:

$$\bar{x}_i - \bar{x}_j \pm q_{\alpha, k, v} \sqrt{\frac{MSE}{r}}$$

Ellenhipotézis:  $H_{Aij}: \mu_i - \mu_j \neq 0$ . Mivel a minták azonos elemszámúak:  $n_i = n_j$ , ezért  $v = k(n-1)$ . Tehát a páronkénti egyenlőségeket szimultán teszteli. A fenti összefüggésből H. Scheffé (1959) készített  $C_g$ -re konfidencia-intervallumot. A  $H_g$  hipotézist akkor fogadjuk el, ha a konfidencia-intervallum tartalmazza a 0-t. Ezt kiterjesztett Tukey-próbának vagy T-módszernek nevezik.

Tukey és tőle függetlenül C. Y. Kramer (1956) javaslata alapján kiterjesztették nem egyenlő elemszámra. Ez a módszer a **Tukey-Kramer** módosított teszt. A teszt a Newman-Keuls-teszttel kiszámított legnagyobb kritikus terjedelemmel egyenlő, ezért is hívják Tukey's Honestly (őszinte, becsület) Significant Difference-nek. Később általánosították tetszőleges kontrasztokra is.

Dunett (1980a) cikkében számítógépes szimulációval több szerző hasonló eljárását hasonlította össze és ezek közül a Tukey-Kramer próbát találta a legjobbnak, azaz a különböző elsőfajú hibák mellett a konfidencia-intervallum hosszát a legrövidebbnek.

#### Tukey-teszt R függvénye:

```
>TukeyHSD(model, "marka", ordered = TRUE, conf.level = 0.95)
```

Tukey-teszt eredménye:

```
Tukey multiple comparisons of means
 95% family-wise confidence level
factor levels have been ordered
```

```
Fit: aov(formula = ar ~ marka * bolt, data = kefir)
```

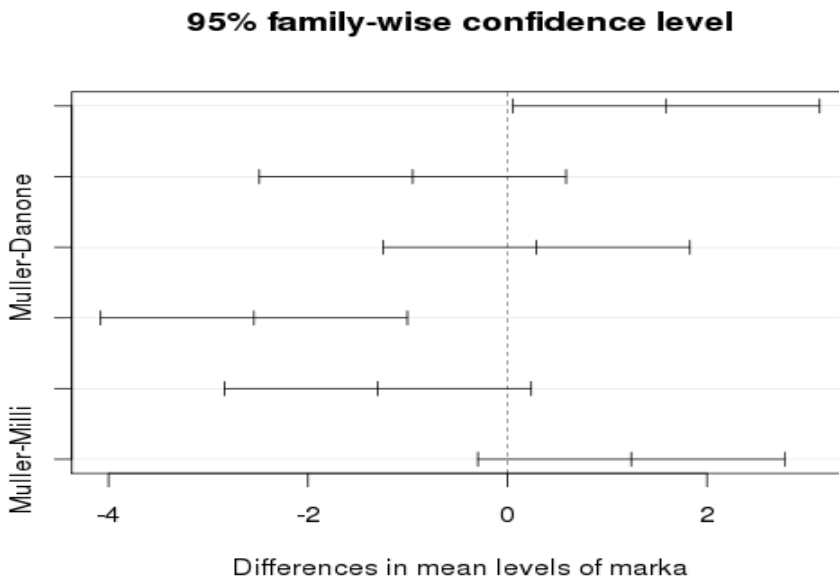
```
$marka
```

	diff	lwr	upr	p adj
Danone-Milli	0.9500000	-0.58827315	2.488273	0.3839743
Muller-Milli	1.2416667	-0.29660648	2.779940	0.1607597
Jogobella-Milli	2.5416667	1.00339352	4.079940	0.0001450
Muller-Danone	0.2916667	-1.24660648	1.829940	0.9615574
Jogobella-Danone	1.5916667	0.05339352	3.129940	0.0393637
Jogobella-Muller	1.3000000	-0.23827315	2.838273	0.1306085

A két csoport különbségének konfidencia-intervallumát kapjuk meg, valamint az elsőfajú hiba elkövetésének valószínűségét.

### Tukey-teszt ábrázolása

```
>plot(TukeyHSD(model, "marka"))
```



**16. ábra.** Tukey-teszt ábrázolása

Amennyiben a **16. ábrán** a konfidencia-intervallum tartalmazza a nullát, a két csoport között nincs szignifikáns különbség.

Számítsuk ki a konfidencia-szintet lépésről-lépésre az alábbi, korábban ismertetett, képlet alapján:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} q_{\alpha, k, v} \sqrt{\frac{2MSE}{r}}$$

### Konfidencia-szint meghatározása

```
> qtukey(0.95, 4, 476) * sqrt(2 * 22.60564 / 120) / sqrt(2)
```

```
[1] 1.582477
```

A különbségek konfidencia-intervalluma tehát  $\pm 1,58$  Ft. Ellenőrizzük le, hogy tényleg megegyezik-e az R által meghatározott értékkel. Az eredmény-táblázatból néhány különbséget (diff) vonjunk ki a felső konfidencia határból (upr). Kerekítési hibahatáron belül az eredmények megegyeznek a „kézi” számítás eredményével. Korábban említettük, hogy ez az érték egyenlő a SNK-teszt legnagyobb kritikus terjedelem értékével, amelyre szintén 1,58-t kaptunk.

### Referenciák

Principles and procedures of statistics a biometrical approach Steel & Torry & Dickey. Third Edition 1997

Hoaglin, David C; Frederick Mosteller & John W Tukey (eds) (1991). Fundamentals of exploratory analysis of variance. Wiley. ISBN 0-471-52735-1. OCLC 23180322

Tukey, John W (1977). Exploratory Data Analysis. Addison-Wesley. ISBN 0-201-07616-0. OCLC 3058187

### ***Duncan többszörös rang teszt***

Folytassuk az LSD-tesztnél említett, Sváb által ajánlott Duncan-próbával. Ezt a tesztet (David B. Duncan, 1955, 1965) a Newman-Keuls eljárásából fejlesztette tovább. Az elsőfajú hiba nem a kísérlet egészére rögzített, így a próba nem annyira konzervatív, mint a hasonló tesztek.

A kísérlet egészére érvényes elsőfajú hiba az összehasonlítandó csoportok számával az alábbi módon változik:

$$\text{Experimentwise Error Rate} = 1 - (1 - \alpha)^{(k-1)}$$

ahol:

k = csoportok száma

Statisztikája:

$$w_r = q_{eer, k, v} \sqrt{\frac{MSE}{r}}$$

A fenti összefüggés alapján ez az eljárás csak kicsit konzervatívabb, mint az LSD. Ennél a tesztnél is a homogén csoportok képzése a cél. Napjainkban az egyik legjobbnak tartott többszörös összehasonlító teszt. Itt is a grafikus megjelenítés nagyban segíti a kapott eredmények interpretációját. A biometria elemzésekben is potenciálisan nagy jelentőséggel bíró teszt.

### Duncan próba R függvénye:

```
>duncan.test(model, "marka", alpha=0.05, group=TRUE)
```

Duncan próba eredménye:

Duncan's new multiple range test  
for ar

Mean Square Error: 22.60564

marka, means

	ar	std.err	replication
Danone	78.43333	0.4328483	120
Jogobella	80.02500	0.4213262	120
Milli	77.48333	0.4399490	120
Muller	78.72500	0.4416931	120

alpha: 0.05 ; Df Error: 476

Critical Range

	2	3	4
	1.206109	1.269776	1.312354

Means with the same letter are not significantly different.

Groups,	Treatments	and means
a	Jogobella	80.03
b	Muller	78.72
b	Danone	78.43
b	Milli	77.48

Számítsuk ki lépésről-lépésre a három kritikus tartomány értékét. Először határozzuk meg a négy csoport összehasonlítására érvényes kísérleti hiba valószínűségét. Az elsőfajú hiba névleges valószínűsége 5%.

```
> eer=1-(1-0.05)^3
```

```
0.1426
```

Tehát a studentizált terjedelem eloszlásnál ezt a valószínűséget kell használni. Helyettesítsünk be a Duncan-teszt képletébe, és vizsgáljuk meg a kapott eredményt.

```
> qtukey(1-eer,4,476)*sqrt(MSE/120)
```

```
[1] 1.312354
```

Az eredmény tökéletesen megegyezik az R által számítottal.

Hanyagoljuk el az egyik szélsőértéket, így már csak három csoport marad. A kísérlet egészére érvényes elsőfajú hiba valószínűsége:

```
> eer=1-(1-0.05)^2
```

```
0.0975
```

```
> qtukey(1-eer,3,476)*sqrt(MSE/120)
```

```
[1] 1.269776
```

Az utolsó két csoport összehasonlítása:

```
> eer=0.05
```

```
> qtukey(1-eer,2,476)*sqrt(MSE/120)
```

```
[1] 1.206109
```

Az eredmények tökéletesen megegyeznek az R Duncan teszt eredményeivel.

## Referenciák

Duncan, D B.; Multiple range and multiple F tests. Biometrics 11:1–42, 1955.

Principles and procedures of statistics a biometrical approach Steel & Torry & Dickey. Third Edition 1997

### *Scheffé-teszt*

H. Scheffé (1959) által kidolgozott eljárást a hagyományos tesztek közé sorolják. Ő már valójában a  $H_g$  hipotéziseket vizsgálta, azaz az összes lehetséges kontrasztokat. Az egyszerű F-próba akkor utasítja el a  $H_0$ -hipotézist, ha létezik egy  $a \neq 0$  vektor, amelynél a konfidencia-intervallum nem tartalmazza a 0-t. Ha  $k$  darab összehasonlítandó csoportom van akkor  $k(k-1)/2$  összehasonlítást kell végezni. A statisztikája:

$$L = \sqrt{(k-1) F_{\alpha, k-1, N-k} MSE \left( \frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_j} \right)}$$



17. ábra. Henry Scheffé amerikai statisztikus (1907-1977)

A teszt tetszőleges elemszámok esetén érvényes, és a paraméterek valamenynyi kontrasztjának egyidejű vizsgálatára alkalmas. A kontrasztok szimultán vizsgálata legtöbbször a szimultán konfidencia intervallumok felírásával történik, és azt nézzük, hogy azok tartalmazzák-e a nullát vagy nem. Mivel a kontrasztok száma végtelen, a Scheffé által kezdeményezett kiterjesztés igen lényeges általánosítást jelent. Ez a módszer a legáltalánosabb, egyedül ennek van meg az a tulajdonsága, hogy ekvivalens a szórásanalízissel. Az olyan vizsgálatokat azonban, amelyek megfelelnek a Tukey vagy Dunnett-módszer eredeti kérdésselvetésnek (egyenlő elemszámú csoportok közötti különbségek vizsgálata ill. ezek egy kontrollal való összehasonlítása a cél) érdemes ezekkel a módszerekkel elvégezni, erejük ilyenkor nagyobb a Scheffé-módszer erejénél. A Scheffé-módszer ereje a Bonferroni-egyenlőtlenség alapján kiterjesztett t-próbákénál is kisebb mindaddig, míg az elvégzett összehasonlítások  $m$  száma lényegesen meg nem haladja az elvégezhető összehasonlítások dimenzióját (Miller, 1966)  $k$  független csoport egy-szemponos összehasonlításakor ez a dimenzió  $(k-1)$ .

A Scheffé-teszt gyakorlati alkalmazásához nyújt nagy segítséget O BRIEN R. R. 1983 megjelent műve és LOTHAR SACHS 1985.

### Scheffe-teszt R függvénye:

```
>scheffe.test(model, "marka")
```

Scheffe-teszt eredménye:

Scheffe Test for ar

Mean Square Error : 22.60564

marka, means

	ar	std.err	replication
Danone	78.43333	0.4328483	120
Jogobella	80.02500	0.4213262	120
Milli	77.48333	0.4399490	120
Muller	78.72500	0.4416931	120

alpha: 0.05 ; Df Error: 476

Critical Value of F: 2.623637

Minimum Significant Difference: 1.722048

Means with the same letter are not significantly different.



Groups, Treatments and means		
a	Jogobella	80.03
ab	Muller	78.72
ab	Danone	78.43
b	Milli	77.48

A minimális szignifikáns differenciára itt 1,72-t kaptunk. Számítsuk ki mi is ezt az értéket. Határozzuk meg a kritikus F-értéket, és ennek segítségével a szignifikáns differenciát.

### Scheffé statisztikája

```
> Fkrit=qf(0.95, 3, 476)
2.623
> sqrt(3*Fkrit*MSE*2/120)
[1] 1.722048
```

A „kézi” számítás eredménye tökéletesen megegyezik az R által számítottal.

### Referenciák

Scheffé, H. (1959). The Analysis of Variance. Wiley, New York. (re-printed 1999, ISBN 0-471-34505-9)

Robert O. Kuehl. 2nd ed. Design of experiments. Duxbury, copyright 2000.

Steel, R.; Torri, J.; Dickey, D. (1997) Principles and Procedures of Statistics A Biometrical Approach. Pp189

## ÖSSZEFOGLALÁS

Nehéz feladat a sokféle tesztből a számunkra legmegfelelőbbet kiválasztani, ezért egy rövid összefoglalással megpróbálom megkönnyíteni a dolgot.

A középérték-összehasonlító tesztek összefoglaló táblázata (6. táblázat) szerzők, év, az alkalmazott eloszlás, az elsőfajú hiba mire vonatkozik és a mintapélda szignifikáns differenciája alapján mutatja be az eljárásokat.

Az alkalmazott eloszlás lehet:

- $t$  Student-féle  $t$ -eloszlás
- $q$  Studentizált terjedelem eloszlása
- $F$  Fisher-féle  $F$ -eloszlás

Az elsőfajú hiba vonatkozhat:

- egyetlen pár összehasonlítására (pl. LSD)
- az összes lehetséges páronkénti összehasonlításra
- összes kontrasztra

Hány páronkénti összehasonlítást akarunk végezni? Amennyiben  $k$  összehasonlítandó csoportunk van az alábbi számú páronkénti összehasonlítást végezhetjük:

- egy
- maximum  $k-1$ , amelyet az összehasonlítások dimenziójának nevezünk, és  $m$ -mel jelöljük
- az összes párt,  $k(k-1)/2$

Ezek a kritikus határok, ahol a különböző módszereknek eltérő az ereje.

Amennyiben egyetlen kezeléspárt szeretnénk összehasonlítani választhatjuk az LSD, SNK és Duncan tesztet. E három teszt szignifikáns differenciája ebben az esetben tökéletesen megegyezik (1,206). Az alfa valószínűség ekkor a páronkénti összehasonlításra érvényes, amely egyben érvénye az egész vizsgálatra is.

Maximum  $k-1$  páronkénti összehasonlításhoz használhatjuk az LSD-Bonferroni, SNK, Tukey és Duncan tesztet. Mintapéldánkban a legnagyobb szignifikáns differenciája az LSD-Bonferroni tesztnek volt, a legkisebb a Duncan tesztnek. A Tukey értéke megegyezik a SNK teszt legnagyobb értékével. Természetesen minél kisebb ez az érték, annál több eltérést tudunk kimutatni. A SNK és Tukey tesztnél a névleges kockázat (alfa) a kísérlet egészére érvényes, azonban az SNK-teszt nem annyira konzervatív, a kritikus terjedelmének nagysága fokozatosan csökken a csoportok számával. A Duncan tesztnél az alfa a páronkénti összehasonlításra vonatkozik, ezért ez a teszt kevésbé konzervatív.

6. táblázat. Középérték-összehasonlító tesztek

Teszt	Év	Szerző	Eloszlás	alfa	SzD5%
LSD	1935	R.A Fisher	t	egy pár	1,206
LSD-Bonferroni	1939	Bonferroni	t	összes páronkénti	1,63
SNK	1939	Newman	q	m összehasonlításra	1,206 (2) 1,443 (3) 1,582 (4)
Tukey	1953	Tukey; Kramer	q	egész vizsgálatra	1,582
Duncan	1955; 1965	Duncan	q	párokra	1,206 (2) 1,27 (3) 1,312 (4)
Scheffé	1959	H.Scheffé	F	összes kontrasztra	1,72

$k-1$  páronkénti összehasonlítás felett SNK, Tukey, Duncan és Scheffét tesztet érdemes használni.

Az összes kontraszt összehasonlításához Scheffé tesztet kell alkalmazni.

Egyes szerzők azt tanácsolják, hogy válasszuk ki azokat a teszteket, amelyek a konkrét problémánk megoldásánál szóba jöhetnek, és próbáljuk ki őket. Vizsgáljuk meg a kapott konfidencia-intervallumokat, és válasszuk azt az eljárást, amelyiknél a legkisebb értéket kaptuk. A szóba jöhető tesztek kiválasztásának első lépése, hogy az alfa mire vonatkozik, a páronkénti összehasonlításra vagy a kísérlet egészére. A második lépésben el kell dönteni, hogy hány páronkénti összehasonlítást fogunk végezni.

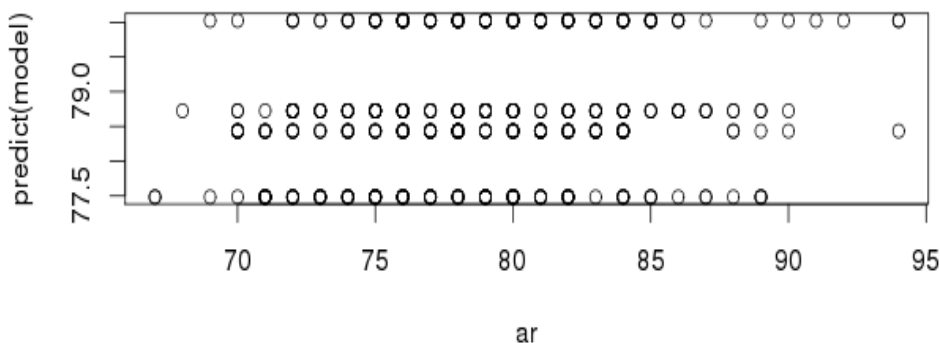
Legtöbb vizsgálatban a kezelésszintek sorba tesztelése történik. Amennyiben az alfa a páronkénti összehasonlításra vonatkozik: Duncan-teszt.

A kísérlet egészére érvénye alfa esetén: LSD-Bonferroni, SNK, Tukey. Mintapédánk elemzésére a SNK-tesztet érdemes választani, mert ennek a legkisebb a kritikus terjedelme.

## 6. A MODELL JÓSÁGA

A modellezés során a mért eredményeket becsült értékekkel helyettesítjük. Mivel végtelen számú modellt alkothatunk, végtelen számú becsült értéket állíthatunk elő. Ezekből kell kiválasztani a legjobb modellt. A jó modell egyik legkézenfekvőbb kritériuma, hogy a becsült értéket minél jobban közelítsék a mért értékeket, minél jobban hasonlítsanak. A hasonlóságot több módon mérhetjük, attól függően, hogy a hasonlóság melyik tulajdonságát tekintjük fontosnak. A statisztikában az egyik leggyakrabban használt hasonlóságot mérő módszer a maradékok eltérés-négyzetösszegének vizsgálata. Két modell közül az a jobb, amelyiknek kisebb a maradékok eltérés-négyzetösszege. Azonban közel azonos maradék eltérés-négyzetösszegek több modellel is elérhetők. Melyiket válasszuk? Az egyik útmutató lehet az Occam-elv (Occam borotvája), amely kimondja, hogy mindig azt a módszert kell választani egy jelenség magyarázatához, amely a lehető legkevesebb feltételezéssel él. Esetünkben ez azt jelenti, hogy a modellnek a lehető legkevesebb paramétere legyen. Ez nem azt jelenti, hogy a kevesebb paraméterrel rendelkező modell mindig jobb, mint a sok paraméteres, hanem azt, hogy két modell közül, amelyek hasonlóan jól írják le a jelenséget, a kevesebb paraméterrel rendelkező is elegendő a jelenség magyarázatához. A hangsúly a hasonló modelleken van, csak itt van értelme az Occam-elvet alkalmazni.

A könyvben bemutatott példa alapján menjünk végig a modell jóságának egyszerű vizsgálatán. A legelső lépés, hogy ábrázoljuk a becsült értékeket a mért értékek függvényében. A kefir adatbázis alapján az első modellünk egy egy-tényezős lineáris modell, amelynél a fix hatás a *márka*. A 18. ábra mutatja a mért és becsült értékek közötti összefüggést. Amennyiben tökéletes lenne az illeszkedés a körök egy negyvenöt fokos egyenes mentén helyezkednének el. Mivel négy kefir márka van, ezért nem várhatjuk el, hogy egy egyenes mentén helyezkedjenek el az adat párok.



18. ábra. Egy-tényezős lineáris modell (márka) becsült értékei a megfigyelték függvényében

Az ábra alapján elég nehéz megítélni az illeszkedés jóságát, ezért numerikus módszerhez kell folyamodni. A legegyszerűbb illeszkedést mérő szám a korrelációs együttható (Pearson-féle korrelációs együttható, Karl Pearson, 1857-1936), illetve ennek a négyzete a determinációs együttható. A korrelációs együttható két skála típusú változó közötti lineáris kapcsolat erősségét és irányát méri. Értéke -1-től 1-ig terjedhet. A nullához közeli értékek függetlenséget, az abszolút értékben egyhez közeli értékek szoros összefüggést jeleznek. A determinációs együttható megmutatja, hogy a függő változó varianciájából a magyarázó változó vagy változók hány százalékot okoznak. Amennyiben a determinációs együttható értéke 1, azaz 100%, akkor a függő változó varianciáját csak az általunk vizsgált tényezők befolyásolják. Ez a gyakorlatban soha nem fordul elő, a determinációs együttható értéke mindig kisebb, mint 1.

A determinációs együtthatót a variancia-analízis eredménytáblázatában található adatok segítségével is meghatározhatjuk, de az R segítségével egyszerű módon is kiszámíthatjuk.

$$r^2 = \frac{\text{var}_{\text{összes}} - \text{var}_{\text{maradék}}}{\text{var}S_{\text{összes}}}$$

A képlet számlálójában a modellel magyarázott variancia, a számlálójában az összes variancia található. A hányados értékét százzal szorozva százalékos formában kapjuk meg az eredményt. A varianciát az eltérés-négyzetösszeggel is helyettesíthetjük, ugyanazt az eredményt fogjuk kapni. Számítsuk kis a varianciák felhasználásával.

```
> (var(ar)-var(residuals(model)))/var(ar)*100
```

```
[1] 3.5529
```

A magyarázó erő nem valami nagy 3,5%. A különböző kefir márkák az árak ingadozásáért 3,5%-ban felelősek. A többi jelentős okot ebben a modellben nem vizsgáltuk.

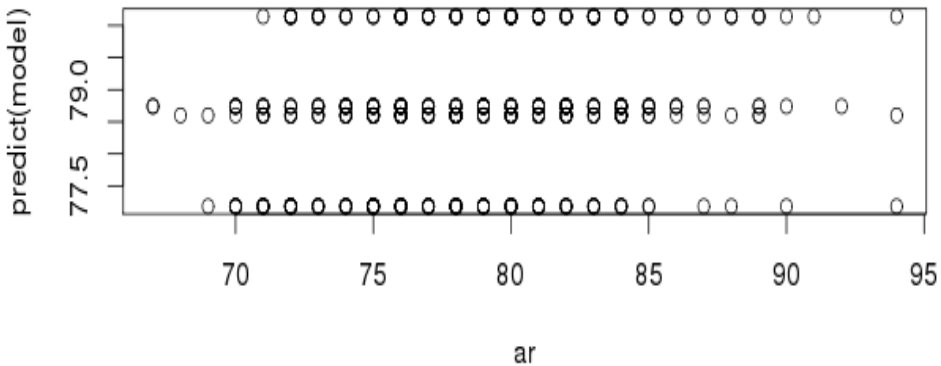
Készítsünk egy másik modellt, amelyben a tényező a bolt legyen. A becslt és mért értékek közötti kapcsolatot a 19. ábra mutatja. A helyzet itt is hasonló, mint az előbbi ábránál, nehezen ítélni meg a modell jósága. Számítsuk ki a determinációs együttható értékét százalékos formában.

```
> (var(ar)-var(residuals(model)))/var(ar)*100
```

```
[1] 4.7175
```

Nem kaptunk sokkal jobb eredményt, mint előbb. A *bolt* változó 4,7%-ban magyarázza az árak ingadozását.

Abban az esetben, ha csak egy tényezőnk van, a determinációs együtthatót a kezelés SS és az összes SS hányadosaként is megkaphatjuk.



**19. ábra.** Egy-tényezős lineáris modell (*bolt*) becsült értékei a megfigyelték függvényében

Módosítsuk a modellünket, alakítsuk át két-tényezősé, és a kölcsönhatást is vonjuk be.

```
> model=aov(ar~marka*bolt, data=kefir)
```

```
> print(summary(model))
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
marka	3	396	132.1	6.19	0.0004 ***
bolt	3	526	175.4	8.21	2.5e-05 ***
marka:bolt	9	325	36.1	1.69	0.0891 .
Residuals	464	9909	21.4		

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

1

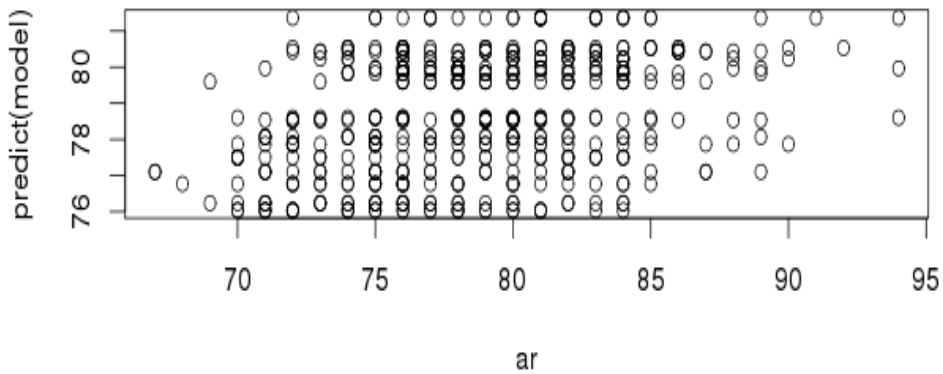
A modellezett és mért értékek közötti kapcsolatot a 20. ábra mutatja. A 45 fokos egyenes mentén való elhelyezkedés itt már felismerhető, ha nem is olyan határozottan.

Számítsuk ki a determinációs együttható értékét.

```
> (var(ar)-var(residuals(model)))/var(ar)*100
```

```
[1] 11.18
```

A két tényező együttes figyelembe vétele javította a modellünket, a determinációs együttható értéke 11,2%-ra nőtt. Még ez sem valami jó eredmény. A kutatómunkát tovább kell folytatni, és megkeresni a döntőmértékben ható tényezőket. Akkor elégedhetünk meg a modellünkkel, ha azokat a hatótényezőket sikerül felderíteni és bevonni a modellbe, amelyek legalább 80%-ban felelősek a függőváltozó varianciájáért.



**20. ábra.** Két-tényezős lineáris modell (márka\*bolt) becsült értékei a megfigyelték függvényében

Mint minden számítást ezt is érdemes leellenőrizni, és más módon is elvégezni a számítást. Határozzuk meg a Pearson-féle korrelációs együttható értékét, illetve ennek a négyzetét.

```
> cor(ar, predict(model))^2  
[1] 0.1118
```

Az eredmény tökéletesen megegyezik a korábbi számítás eredményével, nem követtünk el számítási hibát.

## KÍSÉRLETEK KIÉRTÉKELÉSE

Az alábbi fejezetekben a mezőgazdasági, földművelési, növénytermesztési, nemesítési, fajta összehasonlító, stb. kísérletek laboratóriumi és különböző szántóföldi kis-parcellás elrendezéseinek értékelését mutatjuk be a teljesség igénye nélkül. Az ismertetésre kerülő klasszikus elrendezések tanulmányozása és megértése segítséget nyújt a jövőbeli kísérletek megtervezéséhez és kiértékeléséhez.

A fejezetekben az elrendezés rövid ismertetése után megadjuk:

- a kísérlet vázrajzát,
- a matematikai modell leírását,
- a variancia-táblázat szerkezetét,
- valamint a kiértékeléshez szükséges R függvényeket.

Az elrendezéshez hű kiértékelés legfontosabb függvénye a *aov()*. Ezt követi a mintapélda eredménytáblázata, melyben a tényezők, négyzetösszegek, szabadságfokok, átlagos négyzetösszegek, F-próbák eredményei valamint a szignifikancia szintek láthatók. Az analízis után végezhető post hoc analízisekre nem térünk ki még egyszer, ezek teljesen megegyeznek a korábbi fejezetekben ismertetekkel. Ugyanezért nem ismételjük meg a variancia-analízis alkalmazási feltételeinek tételes vizsgálatát, mert ezek is megegyeznek a variancia-analízis alkalmazási feltételeivel. Néhány több-tényezős elrendezésben azonban engedményeket tehetünk a szigorú alkalmazási feltételekből. Ilyenek például az osztott vagy kétszeresen osztott parcellás kísérletek.

Az eltérés négyzetösszegek számítása leggyakrabban a III. típus szerint fog történni.

Az elrendezések ismertetésénél már nem térünk ki még egyszer az R beállításaira, az itt leírtak minden egyes elrendezés esetén érvényesek.

Leggyakrabban egy kísérlet célja az, hogy a különböző kezelések hatását összehasonlítsa, elemezze. A *kezelés* szót általánosságban kell érteni, nem szó szerint. Kezelésnek tekinthetők, pl. fajtakísérletekben a fajták, takarmányadag-kísérletekben a takarmányadagok. A kezeléshatásokat mérhetjük a termés hozamon, a növény magasságon, darabszámmal stb. A kezelés lehet egyetlen termés-kialakító tényező, pl. vetésidő, takarmányadag, fajta változásai változatai, vagy ezeknek a változatoknak különböző kombinációi. A kísérleteket eszerint két nagy csoportba osztjuk: egy-tényezős és több-tényezős csoportokba.



*Egy-tényezős kísérletek* esetében a kezelések egyetlen tényező változatai. Pl. pétisó-adag kísérlet esetében a pétisó adagja a vizsgált tényező és a változó adagok a kísérlet kezelései. Vetésidő kísérleteknél a vetés ideje a vizsgált tényező és a vetés változó időpontjai a kezelések; fajtakísérletekben a fajta a vizsgált tényező, és a különböző fajták jelentik a kezeléseket.

*Több-tényezős kísérleteknél* a kezelések több tényező változatainak kombinációi. Egyidejűleg kettő vagy több tényező változatait vizsgáljuk, és ezek kombinációit hasonlítjuk össze. Ha a vizsgált tényezők változatainak hatásai a kombinációkban nemcsak összegződnek hanem ezen túlmenően pozitív vagy depresszív összehatást is okoznak, akkor a vizsgált tényezők kölcsönhatásban vannak egymással. Megkülönböztethetünk pozitív és negatív kölcsönhatásokat.

Míg egy-tényezős kísérletek esetében a kezelések száma a vizsgált tényező változatainak a számával egyezik meg, addig a több-tényezős kísérletekben többnyire a kezelések száma a tényezőkénti változatok összes lehetséges kombinációjának a száma. Pl. tekintsünk egy 6 fajtás búzakísérletben, ahol csak a fajta az egyetlen vizsgált tényező, ekkor a kezelések száma 6. Három tényezős kísérletben 5 pétisó-adag, 3 műtrágyázási időpont és 4 fajta esetén a három tényező változatainak a száma a kezelések száma:  $5 \cdot 3 \cdot 4 = 60$ . Jelöljük a kezelések számát  $V$ -vel, a tényezőket  $A, B, C, \dots$ -vel, ezek változatainak számát  $a, b, c, \dots$ -vel. Egy-tényezős kísérletekben a kezelések (kombinációk) száma  $V$ . Több-tényezős kísérleteknél  $v = a \cdot b \cdot c \cdot \dots$ .

### **Kvalitatív és kvantitatív tényezők, a kezelések megválasztása**

A tényezők lehetnek kvalitatívek és kvantitatívek. A kvalitatív tényező változatai között minőségi különbség van, nem képeznek fokozatokat (pl. fajták, az öntözés módja, műtrágyakészítmények). A kvantitatív tényezők változatai fokozatokat jelentenek, amik folytonos és diszkrét értékeket vehetnek fel (pl. az öntözés mennyisége folytonos, az öntözés gyakorisága diszkrét tényező).

Attól függően, hogy a kísérletben kvalitatív vagy kvantitatív tényezőket vizsgálunk-e másként kell megfogalmazni a kérdést. Ennek megfelelően a kezelések megválasztása, az elrendezés és az értékelés is másképp alakul.

Kvalitatív tényező esetében a kérdés általában a vizsgált tényező meghatározott változataira vonatkozik. Ekkor a kezeléseket a vizsgált változatok képezik, és arra keressük a kérdést, hogy melyik két kezelés között van szignifikáns különbség és ez a különbség mekkora? Olyan kísérleti elrendezést kell megválasztani, amellyel a kezelések középértékei pontosabban hasonlíthatók össze.

Ha kvantitatív tényezőt vizsgálunk, akkor általában nem az a kérdés, hogy két meghatározott változata, fokozata között mekkora a különbség, hanem a hatásgörbe érdekel bennünket. Ezért úgy kell a kísérletet megtervezni, hogy

a hatásgörbe minél több pontját meghatározzuk. Ha pl. összesen 24 parcellára van helyünk, akkor előnyösebb 8 kezelésfokozat egyenként 3 ismétlésben, mint 4 kezelésfokozat egyenként 6 ismétlésben. A könnyebb értékelés miatt a kezelésfokozatokat lehetőleg egyenlő „távolságokra” válasszuk meg és ne szabálytalan közökre. Pl. öntözési kísérletekben a vízmennyiség vizsgálata esetén 10, 30, 50, 70, 90 mm-es adagok képezzék a kvantitatív sor 5 szintjét<sup>2</sup>. A hatásgörbe meghatározáshoz legalább 4 kezelésfokozatnak kell lennie, mert ekkor tudjuk a lineáris és a négyzetes hatást elkülöníteni.

A hatótényezők (pl. az általunk alkalmazott beavatkozások) kvalitatív vagy kvantitatív jellegének elbírálása gyakran nagyon nehéz és nem egyértelmű.

Elővetemény, talajművelés, tőszám, fajta, öntözés és trágyázás hatását vizsgálva a termésátlag alakulására az alábbiakat kell figyelembe venni. Az előveteményt kvalitatív változóként érdemes figyelembe venni, mert olyan sokoldalú hatást fejt ki a talajra, hogy azt pontos számszerű paraméterekkel leírni nagyon nehézkes lenne. Kvantitatív változóként figyelembe véve meg kellene állapítani a különböző elővetemények talajra gyakorolt hatását, többek között, a teljesség igénye nélkül, hogyan hat a talaj vízgazdálkodására, mennyivel kevesebb vagy több vizet hagy maga után, mint az elővetemények átlaga. Nem is biztos, hogy az elővetemények átlagához kellene viszonyítani, és ha igen milyen növényeket, milyen súlyozással kellene bevonni az így kiszámítandó elővetemény átlagba. Vajon a hátrahagyott víz mennyisége vagy gradiense (mélységbeli, vertikális elhelyezkedése, rétegződése) számít? Valószínűleg mindkettő, de hogy milyen mélységben, milyen súllyal kell ezt figyelembe venni, függ attól a növénytől, aminek a termésátlag alakulását vizsgálom. A tápanyag-gazdálkodásra gyakorolt hatással a helyzet még bonyolultabb. Az egyes tápanyagok nem csak különböző mennyiségben és mélységben fordulnak elő a különböző elővetemények után, hanem különböző formákban is. A mikrobiológiai élet, biológiai aktivitás, gyomosság, növény-egészségügyi kérdés számszerű megítélése a fentieknél is bonyolultabb. A felsorolt nehézségek miatt, egyelőre, célszerű az előveteményt kvalitatív tényezőként figyelembe venni.

Talajművelés, szintén nehéz megítélni a kvantitatív vagy kvalitatív jelleget. A kvantitatív jellegnél számszerűsíteni kellene a talajművelések közötti különbségeket. Ez lehetne a művelés mélysége, a lazultság állapotban bekövetkezett változás, a víz-levegő arány eltolódásának aránya stb. A változást nehéz számszerűsíteni, mert akadnak olyan változók is, amelyek térbeliek, pl. forгат vagy nem. Ezeket mátrixok segítségével vagy logikai változóként lehetne figyelembe venni. A talajművelés minőségének megítélése nehéz feladat közvetlenül a talaj-előkészítés után. Mi a jó talaj-előkészítés, ami a

<sup>2</sup> Ha az egyenletes távolság szakmailag nem helyes, akkor olyan fokozatokat érdemes megadni, aminél a fokozatok logaritmusai majd egységes fokozatokat képeznek (pl. 6, 12, 24, 48, 96).

szemnek tetszetős, vagy ami után egyenletesen gyorsan kell a növényállomány, vagy ami után a legnagyobb termést kapjuk? Gyakran a fenti három meghatározás nem esik egybe és az egyéb körülmények hatása következtében a hatás nem egyértelmű. A talajművelést is véleményünk szerint helyesebb kvalitatív tényező gyanánt a vizsgálatba vonni.

A tőszámot mennyiségi tényezőként vesszük figyelembe, ami véleményünk szerint helyes.

A fajta egyértelműen minőségi tényező. Ez az a “tényező” amit megfigyelünk, inkább megfigyelési egység (subject), mint kezelés. A fajta-összehasonlító kísérletek problematikája ezért egy kissé sajátos.

Az öntözést figyelembe szokták venni mind kvantitatív mind kvalitatív tényező gyanánt. A kvantitatív jellegnél a kiadagolt víz mennyiségét vesszük figyelembe. Ez a vízmennyiség legtöbbször több öntözés összege, ezért nem egyértelmű a megítélés. Ugyanakkora vízmennyiség az öntözés időpontjától, a kiadagolt víznormától, intenzitástól stb. függően másképpen hat a termésátlag alakulására. Az öntözés hatása mindig összetett, nem csak a növény vízigény kielégítésén keresztül hat, hanem számos egyéb tényezőt is megváltoztat. Az öntözés lehűti a talajt, megváltoztatja a hőkapacitását, hőmérsékletvezető-képességét ezeken keresztül az egész hógazdálkodást. A talaj víz tartalmának változása a talaj levegő ellátottságát is megváltoztatja. A megváltozott hő-, víz-, levegőgazdálkodás megváltozott mikrobiológiai aktivitást von maga után. Megváltozik a tápanyagforgalom. Másképpen nő a növény, másképpen hat vissza a talajra, (árnyékolás, transzspiráció, stb.). A fenti problémákat mérlegelve érdemes az öntözést is kvalitatív tényezőként figyelembe venni a kísérletezés során.

A trágyázási kísérletek kiértékelésekor problémát szokott jelenteni, hogy az abszolút kontroll parcellát (ami nem kapott műtrágyát) a hatásgörbe kiszámításánál, amit legtöbbször másodfokú függvényvel közelítenek, figyelembe vegyék-e vagy sem. A kétféle elgondolás alapján számított egyenletek esetenként nagyon eltérhetnek egymástól. (SVÁB J., 1981) Vajon ekvidisztánsnak (egyenlő távolságúnak) vehető a nem műtrágyázott és az első műtrágya lépcső, a továbbiakban pedig a következő trágyalépcsők. Ha a fenti függvényt alkalmazzuk, a több éves tapasztalatok azt mutatják, hogy nem. A nem trágyázott és trágyázott kezelések minőségileg teljesen más kategóriába tartoznak, ezért trágyázott és nem trágyázott kezeléseket, mint kvalitatív tényezőket, érdemes elkülöníteni, és csak a trágyázott kezelésekből érdemes kiszámítani a hatásgörbét. Azonban a kutatási cél néha indokolhatja a kontroll parcella figyelembe vételét is.

A szervestrágyázási kísérletekkel viszonylag kevesebbet foglalkoznak, és itt is kvantitatív tényezőként vesszük figyelembe a trágyázást. A szerves-trágyában lévő hatóanyag-tartalom alapján állítják a mennyiségi tényezők sorába. A kutatások kimutatták, hogy a szervestrágya jótékony hatása nem mindig a

benne található makrotápanyag mennyiségtől függ, hanem az egyéb, a talajtulajdonságaira ill. a növény növekedésére kedvezően ható anyagok mennyiségétől. A szerveztrágyázást is kvalitatív tényezőként vehetjük figyelembe a statisztikai elemzés során.

A fentiek ismeretében megállapítható, hogy a kísérletbe vont tényezők mind-egyikét lehet kvalitatív tényezőnek tekinteni. A kvantitatív jelleg figyelembe vétele nagy körültekintést igényel és a szántóföldi kísérletezés terén szinte csak a műtrágyázás területén használható, bár itt is csak fenntartásokkal.

Az előbb ismertetett szempontok alapján az derül ki, hogy a mezőgazdasági szántóföldi kísérletek variancia-analízis útján történő értékeléséből a jelenségek kvalitatív leírására vállalkozhatunk csak. Egy tudományág az adott szakterületén mindig először a jelenség lefolyásának kvalitatív leírását adja meg. A felhalmozódott ismeretek és egy jó hipotézis eredményeképpen vállalkozhatnak a kvantitatív leírásra is és ez a szakember feladata. A matematikai leírás szolgáltatja mennyiségeket kísérleti úton ellenőrzik, és ha eltérés van korrigálják az egyenleteket. A mezőgazdasági kutatásban is először a jelenségek kvalitatív leírása a fő cél, amire a variancia-analízis az egyik hathatós eszköz lehet. Ha megvan a kvantitatív összefüggést leíró formula, amelynek egyes paraméterei szintén kísérleti úton lettek meghatározva, vállalkozhatunk a mezőgazdaságban is a számított és a kísérletekben kapott, megfigyelt, értékek összehasonlítására. Az elméleti értékek és a megfigyelt értékek összehasonlításában szintén nagy szerepet kap a matematikai statisztika.

A lineáris modellek megalkotásakor el kell dönteni, hogy a hatásokat fix vagy random tényezőként vegyük figyelembe. A fix modellek főleg minősítő vizsgálatoknál használhatók, ahol adott feltételek mellett vizsgáljuk a hatótényezők viselkedését, és így az adott feltétel melletti dolgozás eredményeit kapjuk meg. A fix modellben legtöbbször kvalitatív tényezőket hasonlítunk össze. pl. az alábbi kérdésekre keresem a választ: Fajtáknál egyik fajta a másikonál, azonos termesztési technológia mellett, jobb-e? Előveteménynél, a szója jobb elővetemény, mint a kukorica? Öntözésnél, a háromszori 40 mm-es vízadagú öntözés jobb, mint az egyszeri 120 mm-es? Talajművelésnél, a 25 cm-es szántás jobb, mint a 15 cm-es tárcsázás? Műtrágyázásnál, az egyik műtrágyaféleség jobb, mint a másik, adott dózis mellett?

Random modellnél a tényezők hatásszintjei, amit a kísérletben alkalmazunk, az általunk vizsgált tényező reprezentatív mintája. Az ilyen modell általános érvényű összefüggések, törvényszerűségek felismerésének alapját jelentheti. Alkalmazása főleg több-szemponos szórás-elemzésnél a kevert modellek felépítésénél jelentős. A mezőgazdasági kutatásban való alkalmazás esetén felmerülhet a kérdés, milyen mintát vegyünk, ami hűen reprezentálja az általunk vizsgált tényezőt. A szakmai ismeretek birtokában erre szinte mindig megadható a válasz.

Ha az őszi búza trágya igényét akarjuk megállapítani, de nem érdekel bennünket a fajták közötti különbség, akkor az őszi búzát ilyenkor a köztermesztésben lévő fajtákkal jellemezhetjük. Milyen fajták vegyenek részt az analízisben? Célszerű a területi részesedés arányában kiválogatni a legjelentősebbeket. Abban az esetben, ha nincs *Fajta x Műtrágyázás* kölcsönhatás, amit előzetes vizsgálatok alapján meg lehet állapítani, elegendő lenne egyetlen fajta is.

Ha pl. kíváncsiak vagyunk, milyen változást okoz a talajművelés az őszi búza műtrágyázásában és nem célozom kiválasztani a legjobb talajművelést, csak jellemezni akarom a magyarországi őszi búza talajművelést. A random modellnél egyaránt vizsgálhatunk kvantitatív és kvalitatív tényezőket. Ha kvantitatív tényezőket vizsgálunk elsősorban a összefüggés milyensége (hatásgörbe) érdekel bennünket, és nem a konkrét dózisok közötti különbség. Ebben az esetben jó, ha ekvidisztánsan vagy logaritmikusan nőnek a kezelésfokozatok. Ha nem valósítható meg, akkor sincs probléma, mert a legtöbb korszerű statisztikai programban meg lehet adni a kezelésszintek egymástól való távolságát és az ortogonális polinomok segítségével így már a pontos hatás mutatható ki. Kvantitatív tényező vizsgálata esetén keverhetem a fix és random hatások elemzését.

A random vagy fix modell alkalmazása nem csak elméleti különbség, hanem a variancia-analízis számítása során, a variancia-komponensek különbözősége miatt, más számítási metódust is jelent.

A hatások felderítésére szolgáló modellek tehát legtöbbször lineáris matematikai modellek. Az alkalmazott matematikai modell nagyban meghatározza a kísérlet elrendezését is, egymástól elválaszthatatlanok. Fordítva is igaz, adott elrendezéshez csak meghatározott matematikai modell állítható fel.

### **Parcella, kísérleti egység**

A *parcella*, *kísérleti egység*, *megfigyelési egység* kifejezéseket egymás szinonimájaként használjuk. A kísérletnek azt a legkisebb részét jelentik, amelyre a megfigyelésünk vonatkozik. Szántóföldi kísérletben a parcella szót alkalmazzuk és itt területet, az egész kísérleti tér legkisebb egységét értjük rajta.

Egy parcella csak egy kezelést reprezentálhat. Ezért kísérleti egység a parcella. Ha a kísérletben résztvevő parcellák eltérő kezelést kapnak, akkor más-más kezelést reprezentálnak, ha azonos kezelést kapnak, akkor ugyanannak a *kezelésnek az ismétlései*.

### **Az ismétlések jelentősége és száma**

Különböző ellenőrizhetetlen hatások, az ún. kísérleti hibák parcellánként befolyásolhatják a kezeléshatásokat. Ha a kezeléseket több ismétlésben hason-

lítjuk össze, feltételezhető, hogy a különböző ismétlésekben minden kezelést érnek pozitív és negatív hatású hibák. Az ismétlések számának növelésével egyre valószínűbb, hogy a pozitív és negatív hatású kísérleti hibák kiegyenlítődve jelentkeznek.

Az ismétléseknek kettős szerepet tulajdoníthatunk: (1) csökkenti a kísérleti hibák hatását, (2) lehetővé teszi a kísérleti hiba (ezen keresztül a középértékek közötti különbségek) becslését.

Az ismétlések számát azonban nem lehet minden határon túl folytatni, hiszen a nagy ismétlésszám növeli a szükséges kísérleti egységek számát, ami által a kísérlet inhomogenitása is megnőhet.

### **Kísérletek elrendezési terve**

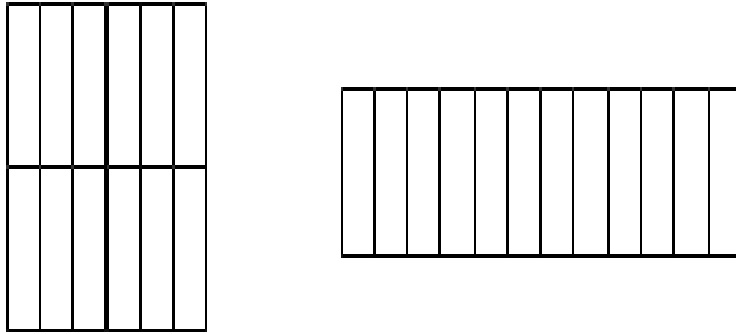
Minél több a kísérleti egység, a parcella, annál kevésbé biztosítható minden parcellának azonos körülmény. Mivel a kísérleti hibaforrás egyik oka a parcellák heterogenitása, ezt csökkenteni kell. Ha magát az egyenlőtlenséget nem is tudjuk csökkenteni, akkor a parcellákból érdemes kisebb csoportokat képezni oly módon, hogy a csoporton belül a körülmények azonosak legyenek.

A parcellákból képzett csoportokat *blokkoknak* nevezzük. A blokk tehát valamilyen szempontból összetartozó parcellacsoportot jelent. Pl. szántóföldi kísérleteknél a szomszédos parcellák terület-blokkot, azonos időpontban végzett megfigyelések idő-blokkot, növényen az azonos rendű hajtások, azonos korú, azonos nemű állatok biológiai jellegű blokkot képeznek.

A legegyszerűbb és legáltalánosabb parcella-csoportosítás az, hogy az összes kezelés egy-egy parcellájából képzünk blokkot. Ekkor a kezelések teljes sorozata jelent egy blokkot. Az ilyen blokkot, amely az összes kezelés parcelláját tartalmazza *teljes blokknak* nevezzük.

A kísérletek tervezésekor, amikor meghatározzuk a kezelések és az ismétlése számát, a kísérleti egységekből annyi teljes blokkot képezünk, ahány ismétlésünk van. Tíz kezeléssel négy ismétléses kísérlet összesen 40 kísérleti egységét 4 blokkba rendezzük, Minden blokk 10 kísérleti egységet foglal magába, minden kezelésből egy kísérleti egységet.

Egy 12 parcellás blokk számos kialakítási lehetőségei közül kettőt szemléltet az 21. ábra.



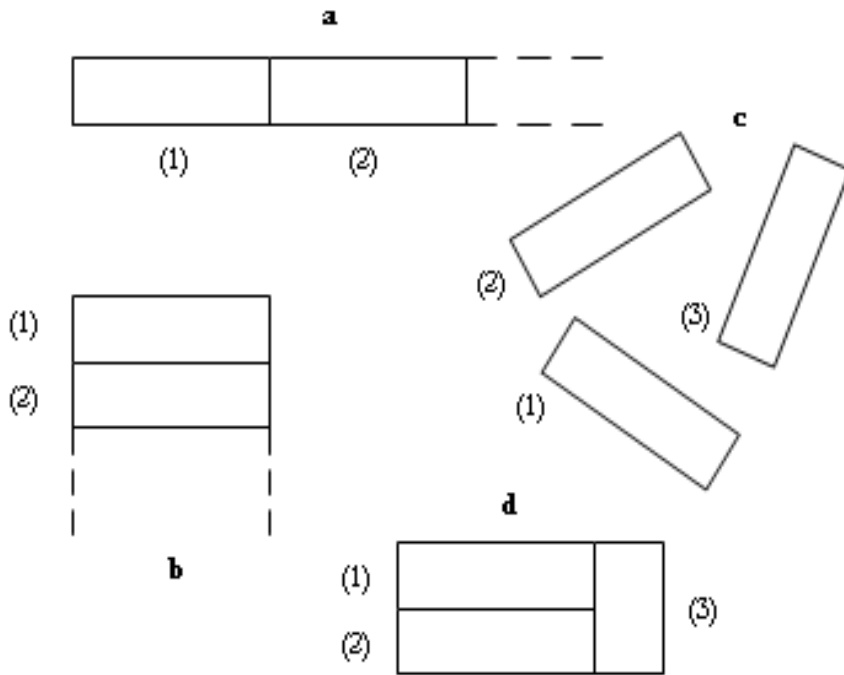
**21. ábra. 12 parcellából képzett blokk (Forrás: Sváb János (1981): Biometriai módszerek a kutatásban, 93.o.)**

A különböző ismétléseket jelentő blokkok lehetnek térben, vagy időben zárt egységben egymás mellett vagy szétszórtnan elhelyezve (22. ábra). A blokkok különböző alakúak is lehetnek, de legyenek azonos méretűek. A blokk mérete a parcellák (kísérleti egységek) számát jelenti.

### **A kezelések elrendezése a parcellákon**

A kísérleti terv elkészítésekor a kezelések elrendezése a parcellákon két fázisból áll:

1. A blokk-képzés után a megválasztott kísérleti elrendezésnek megfelelően elkészítjük az *elrendezés alaptervét*. Ez azt jelenti, hogy a kezelések sorszámát vagy egyéb jelét az elrendezés szerkezetének megfelelően beírjuk a parcellák helyére. Az alapterv mindig valamilyen szisztematikus elrendezés.
2. Az alapterv elkészítése után a kísérleti elrendezés szerkezetének keretén belül randomizáljuk, véletlenszerűen összekeverjük a kezeléseket. Így randomizálva kapjuk meg az *elrendezési tervet*. A randomizálással minden kezelésnek azonos esélyt adunk.



22. ábra. A blokkok különböző elhelyezkedése. (Forrás: Sváb János (1981))

A 7. táblázat foglalja össze a továbbiakban bemutatásra kerülő kísérleti elrendezéseket.

7. táblázat. Kísérleti elrendezések összefoglaló táblázata

Egy-tényezős kísérlek	Két-tényezős kísérletek
1. Teljesen véletlen elrendezés	1. Véletlen blokkelrendezés
2. Véletlen blokk-elrendezés	2. Osztott parcellás (split-plot) elrendezés
3. Latin négyzet elrendezés	3. Sávok elrendezés (strip-plot)
4. Latin téglalap elrendezés	
5. Csoportosított elrendezés	
<b>Három-tényezős kísérletek</b>	
1. Véletlen blokk elrendezés	
2. Kétszeresen osztott parcellás elrendezés (split-split-plot)	
3. Kevert elrendezés (split-strip-plot)	
4. Latin négyzet elrendezés	



## EGY-TÉNYEZŐS KÍSÉRLETEK

### TELJESEN VÉLETLEN ELRENDEZÉS (CRD)

**Példa:** Négy kezelés hatását vizsgáljuk a tyúkok tojás-termelésére. Minden kezelésben 5 tojó van. Azonos idő alatt termelt tojások számán mérjük le a kezelések hatását. Az adatokat a 8. táblázat tartalmazza.

8. táblázat. 20 tyúk tojástermelése 4 kezeléssel 5 ismétléses teljesen véletlen elrendezésű kísérletben

Kezelés	Adatok					Kezelés-összeg
1	94	86	52	83	60	375
2	114	81	97	101	128	521
3	90	88	78	102	45	403
4	70	58	90	54	65	337

Előfordul, hogy egyéb okok miatt az ismétlésekből nem lehetséges vagy nem célszerű a blokk-képzés, még akkor sem, ha azonos számú ismétlésünk van. Pl. állatokkal végzett kísérletekben kezelésként több állat lehet, és ezeket közösen tartjuk. Így állandóan keverednek, nem képezhetők fix blokkok.

A módszer általánosan alkalmazható azonos elemszámú minták illetve csoportok összehasonlítására is, ha (1) meghatározott szempontok szerint kiválasztott minták középpértékeit hasonlítjuk össze, (2) utólag képezünk csoportokat, és ezek középpértékeit hasonlítjuk össze. Jelöljük az alapadatokat  $x_1, x_2, \dots$ -vel, a kísérletek száma  $r$ , a kezelések száma  $v$ .

Az elrendezés matematikai modellje:

$$Y_{ij} = m + K_j + e_{ij}$$

ahol:

$Y_{ij}$  = egy tyúk tojástermelése (db/tyúk)

$m$  = a kísérlet becsült, számított átlaga, a kísérlet legjellemzőbb értéke

$K_j$  = a kezelés hatása a tyúkok tojástermelésére

$e_{ij}$  = a kísérlet hibája, a csoporton belüli szórás

**9. táblázat. A variancia-analízis szerkezete teljes véletlen elrendezésben**

Tényező	SS	df	MS	F	Sig.
Kezelés (csop. között)		v-1			
Hiba (csoporton belül)		v(r-1)			

### A teljesen véletlen elrendezés R parancsai

```
>modell=aoval(formula = tojás ~ kezelés, data = adatok)
> summary(modell)
```

**10. táblázat. A teljesen véletlen elrendezés eredménytáblázata, v=4, r=5**

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
kezeles	3	3784	1261.3	3.859	0.0298 *
Residuals	16	5229	326.8		
---					
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1					

## VÉLETLEN BLOKK-ELRENDEZÉS (RCBD)

Példa: A kukorica termését figyeljük 7 kezelés esetén. A kísérlet 5 ismétléses véletlen blokkelrendezésű. A parcellánkénti kezeléseket, és ismétléseket az alábbi táblázat mutatja:

Egyik legegyszerűbb és igen előnyös kísérleti elrendezés bármilyen témakörű kísérletben is az a fajta elrendezés, ahol a megfigyelési egységeket úgy csoportosítjuk, hogy egy csoportba minden kezelésből egy megfigyelési egység jusson.

Mútrágyázás							
1	2	3	4	5	6	7	(5)
2	7	5	6	7	3	1	(4)
5	6	2	3	1	7	4	(3)
3	1	4	5	7	6	2	(2)
4	3	1	7	2	5	6	(1)

ismétlés

**23. ábra. Véletlen blokk elrendezés terve 7 kezelés (v) 5 ismétlésben (r)**

Egy ilyen csoport képezi a blokkot, egyben egy ismétlés is. A blokkok száma így megegyezik az ismétlések számával. A blokkokon belül a kezeléseket randomizáljuk.

Az elrendezés előnye, hogy a kísérlet pontossága nem csökken, ha az ismétlések, azaz a blokkok, különböző körülmények között vannak. Az a fontos, hogy az egyes blokkon belül biztosítsuk az azonos feltételeket. A blokkok lehetnek egymástól távolabb is, ha ezt a terepakadályok szükségessé teszik, sőt lehetnek más körülmények között is.

A véletlenszerű blokkelrendezés hátránya, hogy minél nagyobb a blokk (vagyis minél több megfigyelési egységet tartalmaz), annál kevésbé biztosítható a megfigyelési egységek egyöntetősége és a kísérlet pontatlanabb lesz. Ha pl. négy ismétlést feltételezünk, 15-20 kezelésnél nagyobb véletlen blokkelrendezésű kísérletek nem ajánlottak.

**Példa:**

**11. táblázat. Parcella adatok kukorica kísérletben**

Kezelés	Ismétlés					
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	18,9	17,6	16,4	16,4	14,4	14,8
2	16,4	16,7	14,7	14,4	12,6	13,8
3	10,4	13,5	13,9	8,7	11,5	12,3
4	17,4	17,7	15,7	17,5	16,8	18,3

Az elrendezés matematikai modellje:

$$Y_{ij} = m + R_i + M_j + e_{ij}$$

ahol:

$Y_{ij}$  = egy parcella termése (kg/parcella)

$m$  = a kísérlet becsült, számított átlaga, a kísérlet legjellemzőbb értéke

$R_i$  = blokk ill. ismétlés hatás a talaj heterogenitása, hogyan változik a talaj termékenysége fentről lefelé haladva

$M_j$  = a műtrágyázás hatása a kukorica termésére

$e_{ij}$  = a kísérlet hibája

**12. táblázat. A variancia-analízis szerkezete véletlen blokk elrendezésben**

Tényező	SS	df	MS	F	Sig.
Ismétlés		r-1			
Kezelés (csop. között)		v-1			
Hiba		(r-1)(v-1)			

**13. táblázat. A véletlen blokkelrendezés R függvénye**

```
> modell=aov(termes~ismetles+mutragya, data=kukorica)
> summary(modell)
```

**14. táblázat. A véletlen blokkelrendezés eredménytáblázata, v=4, r=6**

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
ismetles	5	17.99	3.60	1.709	0.193
kezeles	3	106.95	35.65	16.928	4.43e-05 ***
Residuals	15	31.59	2.11		

---  
 Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

**LATIN NÉGYZET ELRENDEZÉS**

**Példa:** Hat kezeléssel hat ismétléses kísérletben nitrogén műtrágyakezelések hatását vizsgálták és hasonlították össze az őszi búza szemtermésén.

1	2	3	4	5	6
6	1	2	3	4	5
5	6	1	2	3	4
4	5	6	1	2	3
3	4	5	6	1	2
2	3	4	5	6	1

**24. ábra. Szisztematikus (diagonális elrendezés) 6x6 latin négyzet vázrajza**

Egy-tényezős kísérletekben 4, 5, 6, 7 és 8 kezelés összehasonlítására alkalmas kísérleti elrendezés, feltételezve, hogy az ismétlések száma azonos a kezelések számával. Ebben az elrendezésben ugyanis a kezelések és az ismétlések számának meg kell egyezniük. Az elrendezés nagy előnye, ha ugyanabban a sorban vagy oszlopban több parcella is tönkremegy, akár egy sor vagy egy oszlop is kihagyható, és a kísérlet véletlen blokkelrendezésének tekinthető<sup>3</sup>.

A latin négyzet elrendezés legegyszerűbben a következőképpen szerkeszthető: a kezeléseket az első sorban 1-gyel kezdődő folyamatos számozással írjuk fel. A következő sorban ugyanebben a sorrendben, de egy parcellával jobbra eltolva kezdjük meg a felírást. Ezzel a módszerrel tehát minden egyes sorban eggyel jobbra tovább tolva, de ugyanabban a sorrendben írva töltjük ki a latin négyzetet. Ekkor kapjuk meg az ún. diagonális (átlós) latin négyzetet (24. ábra), amelyben minden sor és oszlop tartalmazza az összes kezelést. Aztán először a sorokat (15. táblázat), majd az oszlopokat (16. táblázat) vé-

<sup>3</sup> Ez az elrendezés abban különbözik a véletlen blokkelrendezéstől, hogy az összes kezelés egy-egy parcellájából két irányban képzünk blokkokat.

letlenszerűen felcseréljük. Az így szerkesztett latin négyzet már véletlen elrendezésű.

**15. táblázat. Sorok felcserélése. 6x6 latin négyzet vázrajza**

5	6	1	2	3	4
3	4	5	6	1	2
1	2	3	4	5	6
6	1	2	3	4	5
2	3	4	5	6	1
4	5	6	1	2	3

**16. táblázat. Oszlopok felcserélése (a sorok felcserélése táblázatból)**

1	3	6	2	5	4
5	1	4	6	3	2
3	5	2	4	1	6
2	4	1	3	6	5
4	6	3	5	2	1
6	2	5	1	4	3

Az elrendezés matematikai modellje:

$$Y_{ijk} = m + S_i + O_j + K_k + e_{ijk}$$

ahol:

$Y_{ij}$  = egy parcella termése (kg/parcella)

$m$  = a kísérlet becsült, számított átlaga, a kísérlet legjellemzőbb értéke

$S_i$  = blokk ill. ismétlés hatás a talaj heterogenitása, hogyan változik a talaj termékenysége fentről lefelé haladva

$O_j$  = blokk ill. ismétlés hatás a talaj heterogenitása, hogyan változik a talaj termékenysége jobbról balra haladva

$K_k$  = kezeléshatás

$e_{ijk}$  = a kísérlet hibája

**17. táblázat. A variancia-analízis szerkezete véletlen blokk elrendezésben**

Tényező	SS	df	MS	F	Sig.
Sor		r-1			
Oszlop		r-1			
Kezelés (csop. között)		v-1			
Hiba		(r-1)(v-2)			

**18. táblázat. A latin négyzet elrendezés R függvénye**

```
> modell=aov(termes~sor+oszlop+kezeles, data=kukorica)
> summary(modell)
```

**19. táblázat. 5x5 latin négyzet eredménytáblázata**

```
      Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
sor      4  10.64    2.66   1.33 0.31444
oszlop   4  52.24   13.06   6.53 0.00497 **
kezeles  4   3.76    0.94   0.47 0.75682
Residuals 12  24.00    2.00
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

**LATIN TÉGLA ELRENDEZÉS**

A módszer a latin négyzet kiterjesztése 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18 kezelés összehasonlítására, feltételezve, hogy a kezelések száma kétszer, háromszor annyi, mint az ismétlések száma. Latin téglá elrendezésben ugyanis a kezelések száma az ismétlések számának egész számú többszöröse<sup>4</sup>.

A latin téglá elrendezés nagyon hasonlít a latin négyzet elrendezéshez: itt is sorokat és oszlopokat különböztetünk meg, a sorok és az oszlopok száma megegyezik egymással, illetve az ismétlések számával. Minden sorban és oszlopban az összes kezelés egy-egy parcellája szerepel. Mivel a kezelések száma az ismétlések számának két- vagy háromszorosa, bármely sor és oszlop kereszteződésében két vagy három kezelés parcellája van. Ez úgy lehet, hogy minden oszlop két vagy három részoszlopból áll<sup>5</sup>. Ettől eltekintve az elrendezés véletlenszerű.

Példa: 5 ismétléses 10 kezeléssel, 5x10-es latin téglá elrendezésű terv (25. ábra).

Sor	Oszlop									
	1		2		3		4		5	
1	8	5	9	7	2	4	10	3	1	6
2	9	7	8	1	3	10	4	6	5	2
3	6	3	5	10	1	7	9	2	8	4
4	4	10	6	2	8	9	1	5	7	3
5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

**25. ábra. 5x10-es latin téglá elrendezés, a 10 kezelés elhelyezése**

<sup>4</sup> Nem célszerű azonban, hogy a kezelések száma az ismétlések számának négyszerese, vagy annál is többszöröse legyen.

<sup>5</sup> A latin négyzet módszernél minden kereszteződésben csak egy parcella van.

Minden sor minden egymás melletti két részoszlop a kezelések egy teljes ismétlését tartalmazza. Két részoszlop együttesen képez egy oszlopot.

A latin téglarendezésben, a latin négyzet elrendezéssel teljesen egyezően, két alaptáblázatot készítünk. Az elsőben a termésadatokat az elrendezési terv alapján csoportosítjuk (20. táblázat).

**20. táblázat. Az adatok oszlopok és sorok szerinti elrendezése.**

Sor	Oszlop									
	1		2		3		4		5	
1	0,96	1,17	1,12	1,03	1,38	1,50	2,22	2,04	2,24	1,29
2	1,70	1,90	1,48	1,41	1,97	2,35	2,40	2,05	1,95	1,70
3	2,12	1,73	1,97	1,68	1,86	1,69	1,80	1,75	1,92	1,53
4	1,94	2,42	1,75	1,93	1,79	1,64	1,93	1,59	1,82	1,45
5	1,00	1,69	2,06	1,59	1,93	1,70	1,92	1,76	1,76	1,11

A második alaptáblázatban a termésadatokat a kezelések és a sorok szerint csoportosítjuk (21. táblázat).

**21. táblázat. Az adatok kezelések és sorok szerint rendezve.**

Keze- lés	Sor				
	1	2	3	4	5
1	2,24	1,41	1,86	1,93	1,00
2	1,38	1,70	1,75	1,93	1,69
3	2,04	1,97	1,73	1,45	2,06
4	1,50	2,40	1,53	1,94	1,59
5	1,17	1,95	1,97	1,59	1,93
6	1,29	2,05	2,12	1,75	1,70
7	1,03	1,90	1,69	1,82	1,92
8	0,96	1,48	1,92	1,79	1,76
9	1,12	1,70	1,80	1,64	1,76
10	2,22	2,35	1,68	2,42	1,11

## Csoportosított elrendezés

Egy-tényezős kísérletek esetén, ha sok kezelést hasonlítunk össze gyakran olyan kezeléscsoportokat képezünk, amelyeken belül a kezelések összeha-

sonlításának a pontosságára nagyobb súlyt helyezünk, mint a különböző csoportokban lévő kezelések összehasonlításának pontosságára. A kezelések közvetlen összehasonlításán túl vizsgálni akarjuk még a csoportátlagok közötti különbségeket is. Ilyen esetekben, ahelyett, hogy minden csoporttal külön elvégeznénk a kísérletet, a különböző csoportokat egy közös kísérletbe foglaljuk. A csoportonkénti kezelések száma különböző lehet.

ismétlés											
1	III			I				II			
	10	9	11	1	3	4	2	8	6	5	7
2	II				III			I			
	5	6	8	7	11	9	10	2	1	4	3
3	I				II				III		
	4	1	3	2	6	7	5	8	10	11	9
4	III				I				II		
	9	11	10	1	2	3	4	7	5	8	6
5	II				III			I			
	6	8	7	5	10	9	11	2	3	4	1

26. ábra. Csoportosított elrendezés terve, 11 kezeléssel, 3 csoportban, 5 ismétlésben

**Példa:** Burgonya kísérletben 11 burgonyafajta három érési csoportba sorolható, egyenként 4 fajttal. A kísérlet célja, hogy elsősorban összehasonlítsa az azonos érési csoportokon belüli fajták közötti terméskülönbséget. A különböző érési csoportokban lévő fajtákat, ill. általában az érési csoportok átlagos termőképességének összehasonlítása csak másodlagos jelentőségű.

Az alaptáblázatban ismétlésenként és csoportonként, csoportokon belül kezelésenként rendezzük az adatokat.

22. táblázat. Az alaptáblázat

Érési csoportok	Kezelés	Ismétlés				
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
I. középkorai	1	61	49	60	63	60
	2	42	33	66	64	51
	3	66	50	54	68	58
	4	54	50	53	60	49
II.	5	64	55	67	69	70



közép	6	47	39	41	37	52
	7	62	61	62	64	66
	8	72	56	62	60	71
III. Kései	9	61	62	74	60	80
	10	87	77	80	83	86
	11	82	73	85	83	74

Az elrendezés matematikai modellje:

$$Y_{ijk} = m + R_i + C_j + e_{ij} + K_k + e_{ijk}$$

ahol:

$Y_{ij}$  = egy parcella termése (kg/parcella)

$m$  = a kísérlet becsült, számított átlaga, a kísérlet legjellemzőbb értéke

$R_i$  = blokk ill. ismétlés hatás a talaj heterogenitása

$C_j$  = az érécscsoportok termésre gyakorolt hatása

$e_{ij}$  = az érécscsoportok közötti hiba

$K_k$  = a fajták hatása a burgonya termésére

$e_{ijk}$  = a kísérlet hibája

**23. táblázat. A variancia-analízis szerkezete csoportosított elrendezésben**

Tényező	SS	df	MS	F	Sig.
Ismétlés		r-1			
Csoportok között		cs-1			
Hiba (csop.)		(r-1)(cs-1)			
Kezelés csop. belül		v-cs			
Hiba (kez.)		(r-1)(v-cs)			

**24. táblázat. A csoportosított elrendezés R függvénye**

```
>modell=aov(termes~ismetles+eres_csop+fajta+Error(ismetles/eres_csop), data=burgonya)
```

```
>summary(modell)
```

Az eltérés négyzetösszeget az első típus szerint kell számítani.

**25. táblázat. A csoportosított elrendezés eredménytáblázata, cs=3, v=11, r=5**  
 Error: ismetles

	Df	Sum Sq	Mean Sq
ismetles	4	782.7	195.7

Error: ismetles:eres\_csop

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
eres_csop	2	4158	2079.2	39.76	6.98e-05 ***
Residuals	8	418	52.3		

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Error: Within

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
fajta	8	2520	315.05	9.513	1.27e-06 ***
Residuals	32	1060	33.12		

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

A csoportok közötti szignifikancia vizsgálatkor, ha a 'Hiba (csop.) MS' kisebb, mint a 'Hiba (kez.) MS', akkor a csoportok közötti tényezőt az F-próbában a Hiba (kez.)-hez viszonyítjuk.

## KÉT-TÉNYEZŐS KÍSÉRLETEK

### VÉLETLEN BLOKKELRENDEZÉS

A véletlen blokkelrendezés az egyik legegyszerűbb két-tényezős kísérleti elrendezés. Az egy-tényezős véletlen blokkelrendezéstől annyiban különbözik, hogy itt az egyes kezelések a két tényező összes lehetséges kombinációi. Akkor alkalmazzuk, ha minden kombináció közötti különbséget azonos pontossággal akarunk elbírálni, és ha mindkét tényező változatai közötti különbségek elbírálására egyforma hangsúlyt fektetünk. Azonban ha az egyiket nagyobb pontossággal akarjuk elbírálni, akkor az osztott parcellás eljárást alkalmazzuk.

**Példa:** Három agrotechnikai eljárást hasonlítsunk össze, a tesztnövény burgonya legyen. Mivel feltételezhető, hogy a különféle burgonyafajták a vizsgált agrotechnikai eljárásokra különbözőképpen reagálnak, a kísérletet 2 burgonyafajtaival állítjuk be  $(b_1, b_2)$ . 5 ismétléses véletlenszerű blokkelrendezésben. A kísérletben a következő kérdéseket lehet feltenni:

- Melyik művelési móddal lehet a legnagyobb termést elérni a burgonyafajták átlagában?
- Melyik burgonyafajta ad nagyobb termést a vizsgált művelési módok átlagában?
- A művelési módok közti különbség változik-e burgonyafajták szerint, illetve a burgonyafajták terméskülönbsége változik-e a művelési módok szerint?

26. táblázat. 5 ismétléses véletlen blokkelrendezésű, 2x3-as kísérlet termés adatai, a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, a<sub>3</sub> művelési módok, b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub>.

ismétlés	kezelések					
1	$a_1 \cdot b_1$	$a_3 \cdot b_2$	$a_2 \cdot b_1$	$a_2 \cdot b_2$	$a_3 \cdot b_1$	$a_1 \cdot b_2$
2	$a_2 \cdot b_1$	$a_1 \cdot b_1$	$a_1 \cdot b_2$	$a_3 \cdot b_1$	$a_3 \cdot b_2$	$a_2 \cdot b_2$
3	$a_3 \cdot b_1$	$a_2 \cdot b_1$	$a_1 \cdot b_1$	$a_3 \cdot b_2$	$a_2 \cdot b_2$	$a_1 \cdot b_2$
4	$a_2 \cdot b_2$	$a_3 \cdot b_2$	$a_3 \cdot b_1$	$a_1 \cdot b_2$	$a_1 \cdot b_1$	$a_2 \cdot b_1$
5	$a_3 \cdot b_2$	$a_3 \cdot b_1$	$a_2 \cdot b_2$	$a_2 \cdot b_1$	$a_1 \cdot b_2$	$a_1 \cdot b_1$

Két-tényezős kísérleti elrendezést feltételezve az  $A$  tényező változatainak a számát jelöljük  $a$ -val, a  $B$  tényező változatainak a számát  $b$ -vel. A kezelések száma  $a \cdot b$ .

Az elrendezés matematikai modellje:

$$Y_{ijk} = m + R_i + A_j + B_k + AB_{jk} + e_{ijk}$$

ahol:

$Y_{ij}$  = egy parcella termése (kg/parcella)

$m$  = a kísérlet becsült, számított átlaga, a kísérlet legjellemzőbb értéke

$R_i$  = blokk ill. ismétlés hatás a talaj heterogenitását mutatja

$A_j$  = az „A” tényező termésre gyakorolt hatása

$B_k$  = a „B” tényező termésre gyakorolt hatása

$AB_{jk}$  = a két tényező kölcsönhatása

$e_{ijk}$  = a kísérlet hibája

**27. táblázat. A variancia-analízis szerkezete két-tényezős véletlen blokkelrendezésben**

Tényező	SS	df	MS	F	Sig.
Ismétlés		r-1			
A tényező		a-1			
B tényező		b-1			
AxB kölcsönhatás		(a-1)(b-1)			
Hiba		(r-1)(ab-1)			

**28. táblázat. A két-tényezős véletlen blokkelrendezés R függvénye**

```
> modell=aov(termes~ismetles+talajmuveles+fajta+talajmuveles:fajta, data=burgonya)
```

```
> summary(modell)
```

A 29. táblázat mutatja a számítás eredményét. Érdekes eredményt kaptunk. Az ismétlések között 5%-s szinten szignifikáns különbség van. Ez azt jelenti, hogy a talaj nem homogén, illetve, hogy a blokkok jelentősen különböznek. Szignifikáns a fajta és a talajművelés\*fajta kölcsönhatás is.

**29. táblázat. A két-tényezős véletlen blokkelrendezés eredménytáblázata, a=3, b=2, r=5**

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
ismetles	4	685.5	171.4	4.057	0.0144 *
talajmuv	2	22.5	11.2	0.266	0.7692
fajta	1	1032.5	1032.5	24.443	7.82e-05 ***
talajmuv:fajta	2	382.5	191.2	4.527	0.0239 *

Residuals      20   844.9      42.2

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

## OSZTOTT PARCELLÁS (SPLIT-PLOT) ELRENDEZÉS

Osztott parcellás elrendezés alkalmazásának a feltételei:

1. A kísérlet eredeti céljának megfelelően egy-tényezős . ( $A$ ). A kezelések közötti különbségeket azonban egy másik tényező ( $B$ ) különböző változataival kombinálva akarjuk vizsgálni.
2. Az egyik vizsgált tényező ( $A$ ) parcellánkénti változtatása technikai nehézségbe ütközik.
3. Mindkét vizsgált tényező változatai közötti különbségek, és ezek kölcsönhatása érdekel.
4. Az egyik vizsgált tényező ( $A$ ) változatai közötti különbségek elbírálása nem elsődleges cél. A kísérlet kérdése elsősorban a másik tényező ( $B$ ) változatainak értékelésére és az  $A*B$  kölcsönhatásra irányul.

**Példa:** 2 kukoricafajtát 3 időpontban vetve hasonlítunk össze 5 ismétléses kísérletben. Mérjük a vetéstől a hímvirágzásig eltelt napok számát. A kísérlet elsődleges célja, hogy a fajták vegetatív tenyészideje között milyen különbség van. Kérdés lehet még, hogy a vetéstől a hímvirágzásig eltelt idő hossza a fajták átlagában hogyan változik a vetésidőpont szerint? A vetésidő a kevésbé lényeges,  $A$  tényező. A fontosabb tényező a fajta,  $B$  tényező.

A példában a vetésidő az  $A$  tényező 3 változata az öt ismétléses kísérletben véletlen blokkalrendezésben van. A fajta a  $B$  tényező, ennek 2 változatát vizsgáljuk.

ismétlés	kezelések					
	a1		a2		a3	
I.	b1	b2	b2	b1	b2	b1
II.	a2		a3		a1	
	b2	b1	b1	b2	b2	b1

27. ábra. 3x2 két-tényezős kísérlet elrendezési terve osztott parcellás elrendezésben, parcellánkénti adatokkal

Az elrendezés matematikai modellje:

$$Y_{ijk} = m + R_i + A_j + e_{ij} + B_k + AB_{jk} + e_{ijk}$$

ahol:

$Y_{ij}$  = egy parcella termése (kg/parcella)

$m$  = a kísérlet becsült, számított átlaga, a kísérlet legjellemzőbb értéke

$R_i$  = blokk ill. ismétlés hatás a talaj heterogenitását mutatja

$A_j$  = az „A” tényező termésre gyakorolt hatása

$e_{ij}$  = az „A” tényező hibája

$B_k$  = a „B” tényező termésre gyakorolt hatása

$AB_{jk}$  = a két tényező kölcsönhatása

$e_{ijk}$  = a „B” tényező hibája

**30. táblázat. A variancia-analízis szerkezete két-tényezős osztott parcellás elrendezésben**

Tényező	SS	df	MS	F	Sig.
Ismétlés		r-1			
A tényező		a-1			
Hiba (a)		(r-1)(a-1)			
B tényező		b-1			
AxB kölcsönhatás		(a-1)(b-1)			
Hiba (b)		a(r-1)(b-1)			

**31. táblázat. A két-tényezős osztott parcellás elrendezés R függvénye**

```
>modell=aov(tenyeszido~vetesido*fajta+Error(ismetles/vetesido), data=kukorica)
```

```
> summary(modell)
```

**32. táblázat. A két-tényezős osztott parcellás elrendezés eredménytáblázata, a=3, b=2, r=5**

```
Error: ismetles
```

```
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
Residuals  4  90.53   22.63
```

```
Error: ismetles:vetesido
```

```
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
vetesido  2  130.9   65.43   1.628  0.255
Residuals  8  321.5   40.18
```

Error: Within

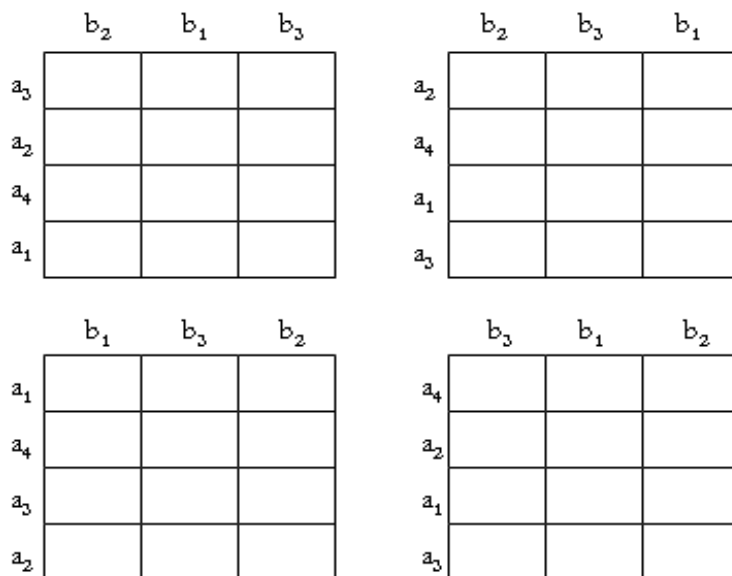
	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
fajta	1	64.53	64.53	2.602	0.133
vetesido:fajta	2	134.87	67.43	2.719	0.106
Residuals	12	297.60	24.80		

Az „A” tényező közötti szignifikancia vizsgálatkor az „A” tényező MS-t akkor kell osztani a Hiba (a) MS-vel, ha ez az érték nagyobb, mint a Hiba (b) MS. Egyéb esetben a Hiba (b)-hez kell viszonyítani az „A” tényező hatását.

Példánkban sem a vetésidőpont, sem a fajta nem befolyásolta a tenyészidő hosszát.

### SÁVOS ELRENDEZÉS (STRIP-PLOT)

A két-tényezős kísérletek kevésbé javasolható elrendezése. Mégis gyakran ez az egyetlen megoldás, főként szántóföldi kísérletekben, ha a parcellaméret olyan kicsi, hogy azon technikai nehézségek miatt a tényezők egyikének vizsgálata sem kivitelezhető. Ilyenkor a pontosság rovására a belső ismétlések feláldozásával mindkét tényezőt főparcellákon helyezünk el. Előnye viszont, hogy a kölcsönhatást pontosabban lehet becsülni.



28. ábra. Két-tényezős kísérlet sávos elrendezésben.

**Példa:** 4 vetésidőpont és 3 talaj-előkészítés hatását vizsgálják cukorrépan. Az összes kombináció száma 12. A kísérlet négy ismétléses, az összes parcellaszám ezért 48. A rendelkezésre álló terület miatt egy parcella mérete

csak 10 m<sup>2</sup> lehet. A talajművelés és vetés kombinációinak elhelyezése gyakorlatilag kivitelezhetetlen a gépek fordulása és helyigénye miatt. Mindkét kezeléshez nagyobb területre van szükség, mint 10 m<sup>2</sup>. Így csak a sávos elrendezés nyújthat segítséget.

Az egész kísérleti teret annyi egyforma nagyságú részre, blokkra bontjuk, ahány ismétléses kísérletet tervezünk. Ezt követően ismétlésenként elhelyezzük az *A* tényező minden változatát, mintha nem is lenne *B* tényező, majd ezekre keresztbe helyezük el a *B* tényező minden változatát, mintha nem lenne *A* tényező. A két kezelés szintjeinek elhelyezését minden ismétlésben **újra randomizáljuk**.

Az elrendezés matematikai modellje:

$$Y_{ijk} = m + R_i + A_j + e_{ij} + B_k + e_{ik} + AB_{jk} + e_{ijk}$$

ahol:

$Y_{ijk}$  = egy parcella termése (kg/parcella)

$m$  = a kísérlet becsült, számított átlaga, a kísérlet legjellemzőbb értéke

$R_i$  = blokk ill. ismétlés hatása a talaj heterogenitását mutatja

$A_j$  = az „A” tényező termésre gyakorolt hatása

$e_{ij}$  = az „A” tényező hibája

$B_k$  = a „B” tényező termésre gyakorolt hatása

$e_{ik}$  = a „B” tényező hibája

$AB_{jk}$  = a két tényező kölcsönhatása

$e_{ijk}$  = a „B” tényező hibája

**33. táblázat. A variancia-analízis szerkezete két-tényezős sávos elrendezésben**

Tényező	SS	df	MS	F	Sig.
Ismétlés		r-1			
A tényező		a-1			
Hiba (a)		(r-1)(a-1)			
B tényező		b-1			
Hiba (b)		(r-1)(b-1)			
AxB kölcsönhatás		(a-1)(b-1)			
Hiba (a x b)		(r-1)(a-1)(b-1)			



**34. táblázat. A két-tényezős sávos elrendezés R függvénye**

```
>modell=aov(termes~vetesido*talajmuveles +Error(ismet-
les/(vetesido*talajmuveles)), data=kukorica)
>summary(modell)
```

**35. táblázat. A két-tényezős sávos elrendezés eredménytáblázata, a=4, b=3, r=4**

Error: ismetles

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Residuals	3	175.2	58.4		

Error: ismetles:vetesido

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
vetesido	2	119.1	59.53	0.996	0.423
Residuals	6	358.7	59.79		

Error: ismetles:talajmuv

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
talajmuv	2	128.39	64.19	4.277	0.0701 .
Residuals	6	90.06	15.01		

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Error: ismetles:vetesido:talajmuv

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
vetesido:talajmuv	4	25.1	6.28	0.191	0.938
Residuals	12	393.8	32.81		

## HÁROM- ÉS TÖBB-TÉNYEZŐS KÍSÉRLETEK

Három vagy ennél több tényezőes kísérleti elrendezések közül gyakorlatilag könnyen tervezhető és értékelhető a véletlen blokk, az osztott parcellás és a sávós elrendezés kombinációi.

Három-tényezős kísérletekben ebből a három alaptípusból a következő kombinációkat képezhetjük:

- a) A három tényező változatainak minden kombinációját az ismétlésen belül véletlenszerűen rendezzük el (véletlen blokk-elrendezés).
- b) Az **A** és **B** tényezők változatainak kombinációit ismétlésen belül 1.) véletlenszerűen, 2.) osztott parcellásan, 3.) sávosan rendezzük el. Az  $a*b$  kombinációjú parcellákat osztjuk fel a **C** tényező szerint alparcellákra.
- c) Az **A** tényező változatait ismétlésen belül véletlenszerűen rendezzük el. Az **A** tényező változatai tehát főparcellákat képeznek. Ezeket a főparcellákat osztjuk fel a **B** és **C** tényezők változatainak kombinációira: 1.) véletlenszerű, 2.) osztott parcellás, 3.) sávós elrendezésben.
- d) Vegyes elrendezések

## VÉLETLEN BLOKKELRENDEZÉS

Három tényező vizsgálatakor ez az elrendezés főként laboratóriumi vagy tenyészedény kísérletekben előnyös, mivel minden kombináció azonos pontossággal hasonlítható össze. Szántóföldi kísérletekben ritkán alkalmazzák, mivel a sok kombinációhoz nagy blokkokat kell képezni, és egyes kezelések beállítása technikailag szinte lehetetlen, pl. talajművelés, öntözés, stb.

Az alábbi példa egy tőszám (2), hibrid (3) és műtrágyázási (4) kísérlet kiértékelését mutatja be.

Az elrendezés matematikai modellje:

$$Y_{ijkl} = m + R_i + A_j + B_k + C_l + AB_{jk} + AC_{ji} + BC_{ki} + ABC_{jkl} + e_{ijkl}$$

ahol:

$Y_{ij}$  = egy parcella termése (kg/parcella)

$m$  = a kísérlet becsült, számított átlaga, a kísérlet legjellemzőbb értéke

$R_i$  = blokk ill. ismétlés hatás a talaj heterogenitását mutatja

$A_j$  = az „A” tényező termésre gyakorolt hatása

$B_k$  = a „B” tényező termésre gyakorolt hatása  
 $C_l$  = a „C” tényező termésre gyakorolt hatása  
 $AB_{jk}$  = a két tényező kölcsönhatása  
 $AC_{ji}$  = a két tényező kölcsönhatása  
 $BC_{ki}$  = a két tényező kölcsönhatása  
 $ABC_{jkl}$  = a három tényező kölcsönhatása  
 $e_{ijkl}$  = hiba

**36. táblázat. A variancia-analízis szerkezete három-tényezős véletlen blokkelrendezésben**

Tényező	SS	df	MS	F	Sig.
Ismétlés		r-1			
A tényező		a-1			
B tényező		b-1			
C tényező		c-1			
AxB kölcsönhatás		(a-1)(b-1)			
AxC kölcsönhatás		(a-1)(c-1)			
BxC kölcsönhatás		(b-1)(c-1)			
AxBxC		(a-1)(b-1)(c-1)			
Hiba		(r-1)(abc-1)			

**37. táblázat. A három-tényezős véletlen blokkelrendezés R függvénye**

```

>modell=aov(termes~ismetles + toszam*hibrid*tragya,
data=kukorica)
>summary(modell)
  
```

**38. táblázat. A háromtényezős véletlen blokkelrendezés eredménytáblázata, a=2, b=3, c=4, r=4**

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
ismetles	3	0.357	0.11900	2.226	0.09287 .
toszam	1	0.163	0.16286	3.046	0.08537 .
hibrid	2	0.179	0.08955	1.675	0.19482
tragya	3	0.139	0.04623	0.865	0.46369
toszam:hibrid	2	0.012	0.00605	0.113	0.89316
toszam:tragya	3	0.751	0.25025	4.681	0.00492 **
hibrid:tragya	6	0.579	0.09646	1.804	0.11099
toszam:hibrid:tragya	6	0.329	0.05488	1.027	0.41565
Residuals	69	3.689	0.05346		

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Példánkban csak a tőszám\*műtrágyázás kölcsönhatás szignifikáns 1%-s szignifikancia-szinten.

## KÉTSZERESEN OSZTOTT PARCELLÁS (SPLIT-SPLIT-PLOT) ELRENDEZÉS

Ez az elrendezés technikailag igen előnyös három-tényezős elrendezés, főként szántóföldi kísérletekben, mert a főparcellák, az elsőrendű és a másodrendű alparcellák eltérő méretei különböző tulajdonságú kezelések kombinációját teszik lehetővé. A kevésbé fontos tényezőt (kezelést) a főparcellán (**A**) helyezük el, a legfontosabbat a másodrendű alparcellákon (**C**). Az „**A**” tényező változatainak ismétlése megegyezik a valódi ismétlés számával (**r**). A „**B**” tényező ismétlés száma **ra**, amiből **a** a belső ismétlés. A „**C**” tényező ismétlése **rab**, amiből **ab** belső ismétlés. Amennyiben a kölcsönhatások nem szignifikánsan, a belső ismétlések is valódi ismétlést jelentenek.

Egy debreceni kísérletben a főparcellán a tőszámot (**A**), az elsőrendű alparcellán a hibridet (**B**) és a másodrendű alparcellán a műtrágyakezeléseket (**C**) helyezték el négy ismétlésben (**r**).

		(1) ismétlés				(2) ismétlés			
Fő parcella		A1		A2		A2		A1	
Al parcella		B1	B2	B2	B1	B2	B1	B1	B2
		c1	c4	c3	c2	c2	c3	c4	c1
		c2	c2	c4	c1	c1	c4	c2	c2
		c3	c3	c1	c4	c4	c1	c3	c3
		c4	c1	c2	c3	c3	c2	c1	c4
		Osztó területek				Osztó területek			

29. ábra. Három-tényezős kétszeresen osztott parcellás elrendezés terve

Az elrendezés matematikai modellje:

$$Y_{ijkl} = m + R_i + A_j + e_{ij} + B_k + AB_{jk} + e_{ijk} + C_l + AC_{ji} + BC_{ki} + ABC_{jkl} + e_{ijkl}$$

ahol:

$Y_{ij}$  = egy parcella termése (kg/parcella)

$m$  = a kísérlet becsült, számított átlaga, a kísérlet legjellemzőbb értéke

$R_i$  = blokk ill. ismétlés hatás a talaj heterogenitását mutatja  
 $A_j$  = az „A” tényező termésre gyakorolt hatása  
 $e_{ij}$  = az „A” tényező hibája  
 $B_k$  = a „B” tényező termésre gyakorolt hatása  
 $AB_{jk}$  = a két tényező kölcsönhatása  
 $e_{ijk}$  = a „B” tényező hibája  
 $C_l$  = a „C” tényező termésre gyakorolt hatása  
 $AC_{ji}$  = a két tényező kölcsönhatása  
 $BC_{ki}$  = a két tényező kölcsönhatása  
 $ABC_{jkl}$  = a három tényező kölcsönhatása  
 $e_{ijkl}$  = hiba

**39. táblázat. A variancia-analízis szerkezete három-tényezős kétszeresen osztott parcellás elrendezésben**

Tényező	SS	df	MS	F	Sig.
Eltérés		1			
Ismétlés		r-1			
A tényező		a-1			
Hiba (a)		(r-1)(a-1)			
B tényező		b-1			
AxB kölcsönhatás		(a-1)(b-1)			
Hiba (b)		a(r-1)(b-1)			
C tényező		c-1			
AxC kölcsönhatás		(a-1)(c-1)			
BxC kölcsönhatás		(b-1)(c-1)			
AxBxC		(a-1)(b-1)(c-1)			
Hiba (c)		ab(r-1)(c-1)			

**40. táblázat. Három-tényezős kétszeresen osztott parcellás elrendezés R függvénye**

```

>modell=aov(termes~ismetles+toszam*hibrid*tragya+Error(i
smetles/toszam/hibrid), data=kukorica)
summary(modell)
  
```

**41. táblázat. Háromtényezős kétszeresen osztott parcellás elrendezés eredménytáblázata, a=2, b=2, c=4, r=4**

Error: ismetles

	Df	Sum Sq	Mean Sq
ismetles	3	0.3148	0.1049

Error: ismetles:toszam

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
toszam	1	0.1477	0.1477	1.366	0.327
Residuals	3	0.3245	0.1081		

Error: ismetles:toszam:hibrid

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
hibrid	1	0.05875	0.05875	1.235	0.309
toszam:hibrid	1	0.00307	0.00307	0.064	0.808
Residuals	6	0.28532	0.04755		

Error: Within

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
tragya	3	0.4193	0.13978	2.733	0.0579 .
toszam:tragya	3	0.4616	0.15388	3.008	0.0428 *
hibrid:tragya	3	0.1475	0.04917	0.961	0.4216
toszam:hibrid:tragya	3	0.0634	0.02115	0.413	0.7444
Residuals	36	1.8414	0.05115		

---

Signif. Codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

## OSZTOTT SÁVOS ELRENDEZÉS (SPLIT-STRIP PLOT)

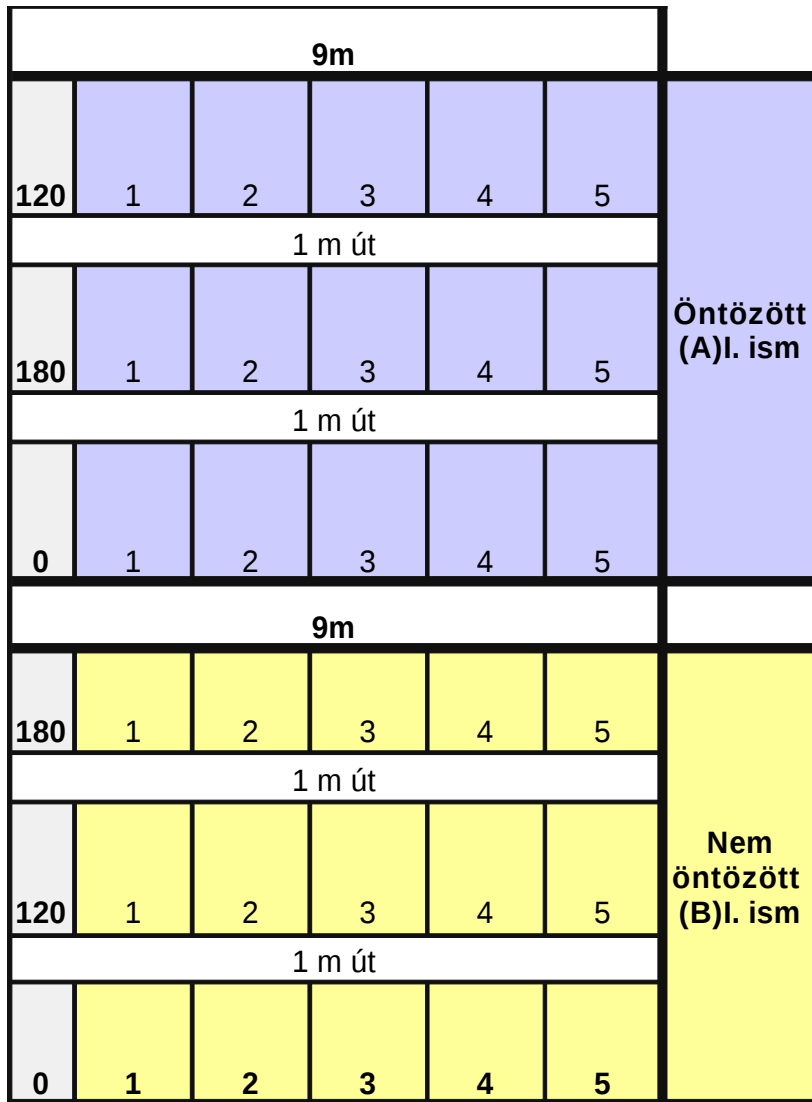
Ez az elrendezés a vegyes elrendezések közé tartozik, mert az osztott parcellás és sávós elrendezés keveréke. Egy kísérletben főparcellán helyezték el az öntözést és osztóparcellákon a trágyázás és hibridek kezeléseket. A két utóbbi kezelés azonban egymásra sávós elrendezésű. Egy ilyen elrendezésben lehet vizsgálni a főhatásokat (öntözés, trágyázás, hibridek), az első és másodrendű kölcsönhatásokat. A másodrendű kölcsönhatások beállítása az öntözés\*trágyázás\*hibrid utasítással történik.

A variancia-a modell megalkotása az alábbi függvénnel lehetséges. A zárójelbe tett kezelések jelentik az osztóparcellákat:

```
>fit <- aov(termes~(ontozes*tragya*hibrid)+Error(ismet-
les/ontozes/(tragya*hibrid)), data=kukorica)
```

A variancia-analízis eredményének megjelenítése.

```
>summary(fit)
```



30. ábra. Split-strip plot elrendezés

**42. táblázat. Három-tényezős osztott-sávos elrendezés eredménytáblázata, a=2, b=3, c=6, r=4**

Error: ismetles

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Residuals	3	203.8	67.95		

A főparcellán elhelyezett öntözés eredménye. Az öntözés ebben a példában nem szignifikáns. Az öntözés hibája az öntözés\*ismétlés kölcsönhatás.

Error: ismetles:ontozes

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
ontozes	1	63.15	63.15	0.821	0.432
Residuals	3	230.68	76.89		

A trágyázás osztóparcellán került elhelyezésre. Elsőrendű kölcsönhatás az öntözéssel. A trágyakezelés hibája az ismétlés\*öntözés\*trágyázás. A trágyakezelés szignifikáns, a kölcsönhatás azonban nem.

Error: ismetles:ontozes:tragya

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
tragya	2	1012.7	506.3	6.941	0.00993 **
ontozes:tragya	2	125.5	62.7	0.860	0.44765
Residuals	12	875.3	72.9		

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

A hibridek szintén osztóparcellán kerültek elhelyezésre. Nem mutatnak szignifikáns hatást.

Error: ismetles:ontozes:hibrid

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
hibrid	5	646.5	129.30	1.793	0.145
ontozes:hibrid	5	193.5	38.69	0.536	0.747
Residuals	30	2163.8	72.13		

Az első és másodrendű kölcsönhatások nem szignifikánsak.

Error: ismetles:ontozes:tragya:hibrid

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
tragya:hibrid	10	683	68.31	0.939	0.505
ontozes:tragya:hibrid	10	722	72.22	0.993	0.460
Residuals	60	4365	72.75		



Egy ilyen aránylag bonyolult elrendezésnek tehát több hibája van. Külön a főparcellán elhelyezett kezelésnek, és külön-külön az osztóparcelláknak valamint az első és másodrendű kölcsönhatásnak. Példánkban ez összesen négy hiba meghatározását jelenti. Szerencsére a kísérlet pontos kivitelezése miatt a négy hiba nagyon hasonlít egymásra. Ez nem mindig van így. Valamelyik kezelésben elkövetett hiba nagyobb lehet, mint a másik kezelésben. Ezért az elrendezésnek hű kísérlet-kiértékelés során az egyik kezelés hibája nem keveredik a másik kezelés hibájával. Ezzel az elvégzett próba ereje megnő, azaz a valóban meglévő hatásokat nagyobb valószínűséggel tudjuk kimutatni.

## LATIN NÉGYZET ELRENDEZÉS

Ezt az elrendezést már bemutattuk az egy-tényezős kísérleti elrendezéseknél. Némi megkötéssel azonban használható három-tényezős kísérlet kiértékelésére is. Amennyiben lemondunk a kölcsönhatások vizsgálatáról, vagy egyáltalán nem is léteznek, akkor használhatjuk három tényező főhatásának elemzésére.

**43. táblázat. Három-tényezős kétszeresen osztott parcellás elrendezés R függvénye**

```
>Model=aov( TERMÉS ~ SOR+OSZLOP+KEZELÉS, data=svab)
```

```
>summary(Model)
```

## KOVARIÁNSOK ALKALMAZÁSA A LINEÁRIS MODELLBEN

A variancia-analízis során tekintettel kell lenni arra is, hogy a vizsgálni kívánt függőváltozót vagy változókat a számításba bevont, ill. kísérletbe állított tényezőkön túl egyéb más tényezők is befolyásolják. Keresni kell egy olyan változót, amelyet folyamatosan kontrollálunk, mérünk, és valószínűleg lineáris kapcsolatban van a függő változóval. Ezt a változót nevezzük kovariánsnak. A kovariáns(ok) bevonásakor az analízis során úgy hajtunk végre egyszerre variancia- és regresszió analízist, hogy a lineáris regresszióval korrigált, módosított függő változó varianciáját bontjuk fel kezeléshatásokra. A kovariánsnak folytonos, skála típusú adatnak kell lennie.

Alkalmazási feltétel:

- A kovariáns lineáris kapcsolatban legyen a függőváltozóval
- A kovariáns értéke nem függhet az alkalmazott kezelésektől, tényezőktől

Az első feltétel magától értetődő. Amennyiben a kovariáns és a függőváltozó között a kapcsolat nem lineáris, a regresszióval módosított adatok torz értéket fognak felvenni.

A második feltétel teljesülése gyakorlatilag azt eredményezi, hogy a kezelések minden egyes parcelláján, celláján, stb. a regressziós koefficiens értéke megegyezik, azaz egyetlen regressziós egyenessel írható le az összefüggés.

Egy két-tényezős lineáris modell kovariánssal kiegészített matematikai modellje:

$$Y_{ijk} = \mu + A_i + B_j + AB_{ij} + \beta x_{ijk} + \varepsilon_{ijk}$$

Ahol:

$Y_{ijk}$ : a függőváltozó értéke

$\mu$ : a kísérlet főátlaga (fix hatás)

$A_i$ : A tényező hatása

$B_j$ : B tényező hatása

$AB_{ij}$ : a két tényező kölcsönhatása

$\beta$ : a függőváltozó és a kovariáns közötti lineáris regressziós együttható

$x_{ijk}$ : a kovariáns értékei

$\varepsilon_{ijk}$ : hiba, eltérés, a véletlen hatása

Egy modellbe több kovariáns is bevonható, ha teljesítik a fenti alkalmazási feltételeket.

**Példa:** Gyümölcsfákat kezeltek virágrügyet indukáló szerrel. Megmérték 50 kezeletlen és 50 kezelt vesszőn a virágrügyek számát. Az adatokat variancia-analízissel értékelték. A kezelés hatását az 44. táblázat mutatja.

#### R parancsok

```
> dio=read.table("dio.csv",header=T,sep=";")
> attach(dio)
> tapply(viragrugy,kezeles,mean)
```

**44. táblázat. Virágrügyek száma a kezelés hatására**

Átlag	kezelt	nem kezelt
	1.4	1.9
Szórás	1.370238	1.216385

Jól látható, hogy a kezeletlen vesszőkön több virágrügy van, mint a kezeltlen. Vajon szignifikánsan több, vagy csak a véletlen ingadozásnak tudható be a különbség? Válasszuk a szignifikancia szintet 5%-ra, és végezzük el a variancia-analízist! Az eredményt az 45. táblázat mutatja.

#### R parancsok

```
>modell1=aov(viragrugy~kezeles)
>summary(modell1)
```

**45. táblázat. A permetezés hatása a virágrügyek számára**

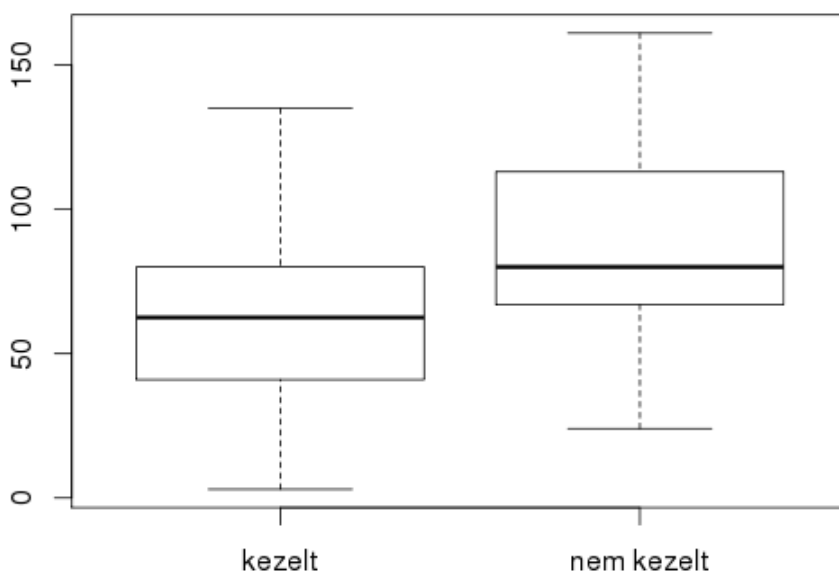
	Df	Sum Sq	Mean Sq	F	value	Pr(>F)
kezeles	1	6.25	6.250	3.723	0.0565	.
Residuals	98	164.50	1.679			
---						
Signif. codes:	0	'***'	0.001	'**'	0.01	'*'
		0.05	'.'	0.1	' '	
	1					

A „KEZELÉS” sort elemezve, elmondható, hogy 5%-os szignifikancia szint mellett nincs különbség a kezelt és kezeletlen vesszők virágszáma között. Amennyiben előzetesen az elsőfajú hiba valószínűségét 10%-ban állapítottuk volna meg, akkor ki kellene jelenteni, hogy a nem kezelt vesszőkön szignifikánsan több virágrügy található. Ez teljesen ellentmond a korábbi szakirodalmi megállapításoknak. Vajon mi lehet ennek az oka? Vizsgálódjunk tovább.- Valószínűleg egyéb tényező befolyásolja a virágrügyek számát, ami elfedi a kezelés hatását.

A virágrügyek a vesszők nóduszain fejlődnek. Két nódusz közötti távolság – ugyanazon faj esetében – eléggé konstans. Hosszú vesszőn potenciálisan több, rövidebb vesszőn potenciálisan kevesebb virágrügy indukálódhat. Vizsgáljuk meg a kezelt és kezeletlen vesszők hosszát (Hiba: A hivatkozás forrása nem található).

### R parancs

```
>boxplot(aghossz~kezeles)
```



**31. ábra.** Gyümölcsfa vesszőhossza a különböző kezelésekben

Ezek szerint a nem kezelt vesszők valamilyen szisztematikus hiba miatt eredetileg hosszabbak voltak, mint a kezelt vesszők. Mi okozhatja ezt? Valószínűleg két személy végezte a fák felvételezését, az egyik a nem kezelt vesszőket mérte és számolta meg rajta a virágrügyeket, a másik ugyanezt tette a kezelt vesszőkkel. Az első személynek azonban csak a hosszabb vesszők voltak szimpatikusak, szisztematikusán válogatott a vesszők között, nem adta meg az esélyt, hogy bármilyen hosszúságú belekerüljön a mintába. Korábbi ismereteink alapján nyugodtan feltételezhetjük, hogy a vesszőhossz és virágrügyek száma lineáris kapcsolatban van egymással. Könnyen belátható, hogy a vesszők hossza nem függ a kezeléstől, permetezéstől.

A kovariancia analízis futtatásához új modellt készítsünk.

### R parancsok

```
>model2=aov(viragrügy~aghossz+kezeles)
```

```
>summary(model2)
```

**46. táblázat. A GLM eredménytáblázata**

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
aghossz	1	149.47	149.47	754.4	< 2e-16	***
kezeles	1	2.06	2.06	10.4	0.00171	**
Residuals	97	19.22	0.20			

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Az „aghossz” sor alapján megállapítható, hogy a lineáris modell helyes, a hatás szignifikáns. Az „ághossz” változó, ami a vesszők hosszát jelenti, lineáris kapcsolatban van a virágrügyek számával. A kezelés szintén szignifikáns, a kezeletlen és kezelt csoportban a virágrügyek száma jelentősen eltér. Kovariáns alkalmazásakor korrigálni kell a mért csoport átlagokat, mintha minden csoportban a vesszők hossza megegyezett volna. Ezt egy átlagos vessző hosszát figyelembe véve kell megtenni. (Gyakorlatilag ezzel „hendi kepeljük” a virágszámot.)

A lineáris modell paramétereinek lekérdezése

### R parancs

```
>coef(model2)
```

**47. táblázat. A lineáris modell paramétereit**

(Intercept)	aghossz	kezelesnem kezelt
-1.09147756	0.03796827	-0.30264913

A lineáris modellünk tehát:

$$\text{virágrügyek} = -1,091 + 0,038 \cdot \text{ághossz} - 0,303 \cdot \text{nem kezelt}$$

Itt már a szakirodalommal megegyező értékeket kapunk, azonos vessző hosszát feltételezve, átlagosan 0,303 virágrüggyel lesz kevesebb a nem per-metezett kezelésekben.

A kísérletben az átlagos vesszőhossz:

### R parancs

```
>mean(aghossz)
```

```
[1] 76.19
```

A 76,19cm-es vesszőhosszra korrigáljuk vissza a virágszámokat, azaz helyettesítsük be a lineáris modellbe a vesszőhosszt.

A nem permetezett kezelésben 1,5-t, a permetezett kezelésben 1,8-t kapunk. Ez már a szakirodalommal teljesen megegyező érték, a kezelt vesszőkön 20%-kal több virág fejlődött.

Mivel csak két csoportunk van nem kell további tesztek elvégezni a középértékek különbségének szignifikancia vizsgálatára.

A fenti példa is jól igazolja, hogy a kísérlet kivitelezése, az adat felvételezés körülményei, a randomizáció hiánya döntő mértékben befolyásolhatja egy kísérletből levont következtetések helyességét.

## A VARIANCIA-ANALÍZIS EREJE

A statisztikai próba ereje a valódi különbségek kimutatásának valószínűsége. A variancia-analízisnél a középértékek közötti valódi különbségeket értjük rajta. A statisztikai próba erejét egy egytényezős kiegyensúlyozott kísérlet alapján fogjuk meghatározni. A valószínűség becsléséhez a nemcentrális F-eloszlást használjuk. Ehhez szükségünk van a variancia-analízis eredmény-táblázatára, valamint az R program  $pf()$  függvényére.

**48. táblázat. Egy-tényezős kiegyensúlyozott kísérlet variancia-analízisének eredménye**

<i>Tényezők</i>	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>p-érték</i>
Csoportok között	396,3833	3	132,1278	5,844904	0,000632
Csoporton belül	10760,28	476	22,60564		
Összesen	11156,67	479			

### R statisztika

<code>pf(q, df1, df2, ncp, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)</code>	Nemcentrális F-eloszlás.
<code>q</code>	F-érték
<code>df1</code>	A számláló szabadságfoka
<code>df2</code>	A nevező szabadságfoka
<code>ncp</code>	Nem centrális paraméter
<code>lower.tail</code>	Az eloszlás baloldala
<code>log.p</code>	A valószínűség logaritmus

Hogyan kell használni a  $pf()$  függvényt? A  $q$  paraméter a kritikus F-érték, a szabadságfokok a csoportok közötti és belüli értékek. Az  $ncp$  paraméter meghatározása az F-eloszlás tulajdonsága alapján történik. Az F-eloszlás fel-fogható két normáliseloszlás négyzetének hányadosaként. A matematikai bizonyítástól most eltekintünk. A variancia-analízisből a csoportok közötti SS és csoporton belüli MS hányadosa adja az  $ncp$  értékét.

Az F-eloszlás nem centrális paramétere (ncp):

$$ncp = \frac{SS_k}{MS_{error}}$$

$$ncp = 396,3833 / 22,60564 = 17,53471$$

```
>1-pf(2.623637, 3, 476, 17.53471)
[1] 0.9525834
```

A variancia-analízis ereje ebben a példában tehát 95,26%, ilyen valószínűséggel lehet kimutatni a kezeléscsoportok közötti különbséget.

### R statisztika

<code>power.anova.test(groups=NULL, n=NULL, between.var=NULL, within.var=NULL, sig.level=0.05, power=NULL)</code>	A variancia-analízis erejének becslése.
<code>groups</code>	Csoportok száma.
<code>n</code>	Egy csoporton belül a megfigyelések száma.
<code>between.var</code>	Csoportok közötti variancia.
<code>within.var</code>	Csoporton belüli variancia.
<code>sig.level</code>	Elsőfajú hiba, alfa.
<code>power</code>	A statisztikai teszt ereje, $1-\beta$ .

Ellenőrizzük le a számításunkat. Az R programban megtalálható a variancia-analízis erőfüggvénye is, amellyel még a variancia-analízis kiszámítása előtt meg tudjuk becsülni a próba erejét. Ennek a függvénynek a segítségével megtervezhetjük a kísérletünket.

Szükségünk lesz a csoporton belüli és a csoportok közötti varianciára (feltételezzük, hogy a variancia-analízist nem számítjuk ki). Ezeket az alábbi táblázatból határozhatjuk meg.



## 49. táblázat. Alapadatok leíró statisztikája

## ÖSSZESÍTÉS

Csoportok	Darabszám	Összeg	Átlag	Variancia
Danone	120	9412	78,43333	22,48291
Jogobella	120	9603	80,025	21,30189
Milli	120	9298	77,48333	23,22661
Muller	120	9447	78,725	23,41113

A csoporton belüli variancia a csoportok varianciájának súlyozott számtani átlaga.

$$\frac{119 \cdot 22,48291 + 119 \cdot 21,30189 + 119 \cdot 23,22661 + 119 \cdot 23,41113}{476} = 22,60564$$

Ebben a példában egyszerű számtani átlagot is használhattunk volna, mert a megfigyelések száma minden csoportban azonos. Minden egyéb esetben súlyozott átlagot kell számítani.

A csoportok közötti variancia a csoportátlagok varianciája, esetünkben 1,101.

Az R parancs:

```
>means=c(78.43333, 80.025, 77.48333, 78.725)
>g.var=var(g.means)
>power.anova.test(groups=length(g.means),n=120,between.-
var=g.var,within.var=22.60564,sig.level=0.05)
```

Eredmény:

Balanced one-way analysis of variance power calculation

```
groups = 4
n = 120
between.var = 1.101068
within.var = 22.60654
sig.level = 0.05
power = 0.9525839
```

NOTE: n is number in each group

A teszt ereje itt is 95,26%, amely tökéletesen megegyezik az előbbi eredménnyel. Ez most csak véletlenül hasonlít az 5%-os elsőfajú hibához.

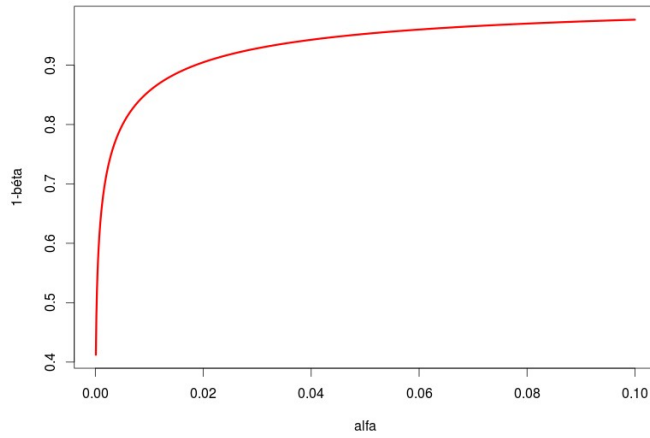
Az első és másodfajú hiba, illetve a statisztikai próba ereje összefügg egymással. Amennyiben az 5%-os szignifikancia-szintet 1%-ra csökkentjük a próba ereje az alábbiak szerint alakul.

```
> g.means=c(78.43333, 80.025, 77.48333, 78.725)
> g.var=var(g.means)
> power.anova.test(groups=length(g.means),n=120,between.var=g.var,within.var=22.60564,sig.level=0.01)
```

```
Balanced one-way analysis of variance power calculation
  groups = 4
    n = 120
between.var = 1.101068
within.var = 22.60564
 sig.level = 0.01
   power = 0.856408
```

NOTE: n is number in each group

A variancia-analízis ereje 85,64%. Amennyiben tovább csökkentenénk az elsőfajú hiba valószínűségét, úgy nőne a másodfajú hiba, és ezzel a statisztikai próba ereje folyamatosan gyengülne. A 32. ábra a statisztikai próba erejét szemlélteti az elsőfajú hiba valószínűségének (alfa) függvényében. A kettő között pozitív összefüggés van, de ez nem lineáris. Amennyiben nagyon kicsire választanánk az alfát, azért hogy a nullhipotézis megítélésekor a hibás döntés valószínűsége minimális legyen, akkor gyakorlatilag semmi esélye sem lenne a valódi különbségek kimutatásának.



**32. ábra.** A statisztikai próba ereje az elsőfajú hiba függvényében

## AJÁNLOTT IRODALOM

Abari Kálmán: Gyakori R parancsok

Anscombe, F.J. (1973). Graphs in statistical analysis. *American Statistician*, 27, 17-21.

Baráth Cs.-né. - Ittész A. - Ugrósdý Gy.: 1996. *Biometria: módszertan és a MINITAB programcsomag alkalmazása*. Mezőgazda Kiadó, Budapest

G.U. Yule – M.G. Kendall: *Bevezetés a statisztika elméletébe*. Közgazdasági és Jogi könyvkiadó, Budapest. 1964.

Harnos ZS. szerk.: 1993. *Biometriai módszerek és alkalmazásai MINITAB programcsomaggal*. AKAPRINT, Budapest

Huzsvai L. (szerk.): 2012. *Statisztika gazdaságelemzők részére Excel és R alkalmazások*. Seneca-Books, Debrecen.

Joaquim P. Marques de Sá (2007): *Applied Statistics Using SPSS, STATISTICA, MATLAB and R*

Lehota József (2001): *Marketingkutató az agrárgazdaságban*. <http://www.tankönyvtar.hu/marketing/marketingkutatas-080905-134>

Lothar Sachs.: *Statisztikai módszerek*. Mezőgazdasági Kiadó, Budapest, 1985.

R News (Statisztikai eljárások 2001-2008.) <http://cran.r-project.org/doc/Rnews/>

Solymosi Norbert (2005): *Bevezetés az R-nyelv és környezet használatába*

Sváb J.: *Biometriai módszerek a kutatásban*. Mezőgazdasági Kiadó, Budapest, 1973. (második, átdolgozott, bővített kiadás)

Sváb J.: *Többváltozós módszerek a biometriában*. Mezőgazdasági Kiadó, Budapest, 1979. (ISBN 963 230 011 4)

Szűcs I. (szerk.)(2002): *Alkalmazott statisztika*. Tankönyv, Agroiinform K. Budapest

The R Journal, <http://journal.r-project.org/>

QuickR (Statisztikai eljárások elektronikus tankönyv) <http://www.statmethods.net/index.html>